تحقیق در عملیات پیشرفته

نام استاد: دکتر بازآیی

روز کلاس: پنجشنبه

تهیه کننده: فرخ سیفی

ساعت کلاس: ۱۷:۵۰ – ۱۶:۲۰

۱- **نام کتاب:** تحقیق در عمیات پیشرفته

نویسنده: محمدرضا مهرگان

انتشارات : ....

تصمیم گیری :

چند شاخه : MADM

چند هدفه : برنامه ریزی آرمانی GP

حل ماتریس :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 1 & 7 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 20 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 7 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & 42 \\ 6 & 13 \\ 9 & 24 \end{pmatrix}$$

تصمیم گیری چند شاخصه :

این تصمصم گیری زمانی مورد استفاده قرار میگیرد که محقق بدنبال ارزیابی (رتبه بندی) چند گزینه بر اساس شاخصهای خاصی است .

شاخصه / گزینه	C۱	C۲	C۳	....	CN
A۱	A۱۱	A۱۲	A۱۳	....	A۱N
A۲	A۲۱	A۲۲	A۲۳	....	A۲N
A۳	A۳۱	A۳۲	A۳۳	....	A۳N
....	....	....	....	....	....
AM	AM۱	AM۲	AM۳	....	AMN

نکته : داده ها از پرسشنامه ها و مقادیر خروجی و حتی از نظرات خبرگان میتوان بدست آورد

مثال :

فرد دانش آموخته ای قصد دارد از بین چهار شغل یکی را انتخاب کند شاخصـــهای مورد نظر این فرد عبارتند از درآمد (بر حسب صد هزار تومان) وجهه اقتصادی ، مسافت ، امنیت شغلی و سختی کار

ماتریس تصمیم به شرح ذیل میباشد :

	درآمد	**وجهه اجتماعی**	**مسافت (کیلومتر)**	**امنیت شغلی**	**سختی کار**
A۱	۸	کم	٤	نسبتاً زیاد	زیاد
A۲	۱۲	متوسط	۳	زیاد	کم
A۳	۹	زیاد	۷	کم	زیاد
A۴	٤	خیلی کم	۲	خیلی زیاد	متوسط

تبدیل شاخصهای کیفی به کمی :

برای اینکار از طیف فاصله دوقطبی استفاده میکنیم از طریق شاخصه های مثبت و منفی

شاخصه های مثبت :

۱	۲	۳	٤	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
خیلی کم		کم		متوسط		زیاد		خیلی زیاد	

شاخصه های منفی :

۱	۲	۳	٤	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
خیلی زیاد		زیاد		متوسط		کم		خیلی کم	

شاخصه های مثبت و شاخصه های منفی

سختی کار	امنیت شغلی	مسافت (کیلومتر)	وجهه اجتماعی	درآمد	
۳	۸	٤	۳	۸	A۱
۷	۷	۳	۵	۱۲	A۲
۳	۳	۷	۷	۹	A۳
۵	۹	۲	۱	٤	A۴

۱- بی مقیاس سازی ماتریس : NORMALIZATION

برای نرمال سازی راههای مختلفی وجود دارد یکی از این روشها روش NORM است

$$n_{ij}=\frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{y=1}^{m} a_{ij}^{2}}}$$

$$\frac{8}{\sqrt{8^2+12^2+9^2+4^2}}=\frac{8}{17.46}$$

کسر برای همه ستون تکراری خواهد بود

	درآمد	وجه اجتماعی	مسافت (کیلومتر)	امنیت شغلی	سختی کار
A۱	٨/١٧.٤۶	٣/٩.١۶	٤/٨.٨٣	٨/١٤.٢٥	٣/٩.٥٩
A۲	١٢/١٧.٤۶	٥/٩.١۶	٣/٨.٨٣	٧/١٤.٢٥	٧/٩.٥٩
A۳	٩/١٧.٤۶	٧/٩.١۶	٧/٨.٨٣	٣/١٤.٢٥	٣/٩.٥٩
A۴	٤/١٧.٤۶	١/٩.١۶	٢/٨.٨٣	٩/١٤.٢٥	٥/٩.٥٩

تا سه رقم اعشار باید رفت

	درآمد	وجه اجتماعی	مسافت (کیلومتر)	امنیت شغلی	سختی کار
A۱	٠.٤٥٩	٠.٣٢٧	٠.٤٥٣	٠.٥۶١	٠.٣١٣
A۲	٠.۶٨٧	٠.٥٤۶	٠.٣٤٠	٠.٤٩١	٠.٧٣٠
A۳	٠.٥١٥	٠.٧۶٤	٠.٧٩٣	٠.٢١٠	٠.٣١٣
A۴	٠.٢٢٩	٠.١٠٩	٠.٢٢۶	٠.۶٣١	٠.٥٢١

۲- روش خطی :

ابتدا شاخصهای منفی را معکوس میکنیم و بعد از آن هر عنصر را به بزرگترین عنصر موجود در آن ستون تقسیم می کنیم .

	C۱	C۲	C۳	C۴	C۵
A۱	٨	٣	٤	٨	٣
A۲	١٢	٥	٣	٧	٧
A۳	٩	٧	٧	٣	٣
A۴	٤	١	٢	٩	٥

	C۱	C۲	C۳	C۴	C۵
A۱	٨	٣	١/٤	٨	١/٣
A۲	١٢	٥	١/٣	٧	١/٧
A۳	٩	٧	١/٧	٣	١/٣
A۴	٤	١	١/٢	٩	١/٥

C۱A۲=١٢/١٢=١

C۱A۱=٨/١٢=٠.۶٧

	C۱	C۲	C۳	C۴	C۵
A۱	۰.۶۷	۰.٤۳	۰.۵	۰.۸۹	۱
A۲	۱	۰.۷۱	۰.۶۷	۰.۷۸	۰.٤۳
A۳	۰.۷۵	۱	۰.۲۸	۰.۳۳	۱
A۴	۰.۳۳	۰.۱٤	۱	۱	۰.۶۰

۳- روش مجموع ستونی :

در این روش ابتدا مجموع هر ستون محاسبه میشود

$$P_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{y=1}^{m} a_{ij}^{2}}}$$

	C۱	C۲	C۳	C۴	C۵
A۱	۸	۳	٤	۸	۳
A۲	۱۲	۵	۳	۷	۷
A۳	۹	۷	۷	۳	۳
A۴	٤	۱	۲	۹	۵
SUM	۳۳	۱۶	۱۶	۲۷	۱۸

C۱A۱=۸/۳۳=۰.۲۴ C۱A۲=۱۲/۳۳=۰.۳۶

	C۱	C۲	C۳	C۴	C۵
A۱	۰.۲٤	۰.۱۹	۰.۲۵	۰.۳	۰.۱۷
A۲	۰.۳۶	۰.۳۱	۰.۱۹	۰.۲۶	۰.۳۹
A۳	۰.۲۷	۰.٤۳	۰.٤٤	۰.۱۲	۰.۱۷
A۴	۰.۱۲	۰.۰۶	۰.۱۳	۰.۳۳	۰.۲۸

وزن دهی به شاخصها :

روش ENTROPY

روشهای مختلفی وجود دارد که یکی از آنها روش entropy است

گام یک :

ما باید ماتریس را کمی کنیم و ثانیاً از روش مجموع ستونی آنرا نرمال کنیم

$$P_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{y=1}^{m} a_{ij}}}$$

گام دوم :

امیدهای ریاضی واقه از شده در هر یک شتخصها را بدست آوریم

$$E = -K\left[\sum_{J=1}^{m} a_{ij}\, LN(P_{ij})\right]$$

$$E = -72\left[0.24\ln(0.24) + 0.36\ln(0.36) + 0.27\ln(0.27) + 0.12\ln(0.12)\right]$$

$$K = \frac{1}{LN(M)}$$

LN لگاریتم بر مبنای E

M تعداد گزینه ها میباشد

گام سوم :

برای هر یک از شاخص مقدار عدم اطمینان را محاسبه میکنیم

$$DJ = 1 - EJ$$

گام چهارم :

یعنی عدم اطمینان تقسیم بر مجموع عدم اطمینان ها

$$WJ = \frac{DJ}{\sqrt{\sum_{y=1}^{m} a_{ij}\, DJ}}$$

تذکر :

چنانچه فرد تصمیم گیرنده دارای قضاوتهای شخصی باشد به گام پنجم میرویم و درغیر اینصورت گام پنجم منتفی است

فرض کنید قضاوتهای شخصی فرد یک $\lambda 1 \lambda 2 \lambda 3 .... \lambda j$ نشان دهیم در این صورت اوزان تعدیل شده عبارتند از :

$$w' = \frac{\lambda jwj}{\sum_{j=1}^{m} \lambda jwj}$$

E۱= - ۰.۷۲ [۰.۲۴ ln (۰.۲۴) + ۰.۳۶ ln (۰.۳۶) + ۰.۲۷ ln (۰.۲۷) + ۰.۱۲ ln (۰.۱۲] = ۰.۹۵

E۲= - ۰.۷۲ [۰.۱۹ ln (۰.۱۹) + ۰.۳۱ ln (۰.۳۱) + ۰.۴۳ ln (۰.۴۳) + ۰.۰۶ ln (۰.۰۶] = ۰.۸۷

E۳= - ۰.۷۲ [۰.۲۵ ln (۰.۲۵) + ۰.۱۹ ln (۰.۱۹) + ۰.۴۴ ln (۰.۴۴) + ۰.۱۳ ln (۰.۱۳] = ۰.۹۳

E۴= - ۰.۷۲ [۰.۳ ln (۰.۳) + ۰.۲۶ ln (۰.۲۶) + ۰.۱۲ ln (۰.۱۲) + ۰.۳۳ ln (۰.۳۳] =۰.۹۶

E۵= - ۰.۷۲ [۰.۱۷ ln (۰.۱۷) + ۰.۳۹ ln (۰.۳۹) + ۰.۱۷ ln (۰.۱۷) + ۰.۲۸ ln (۰.۲۸] = ۰.۹۵

	۱	۲	۳	۴	۵	SUM
Ej	۰.۹۵	۰.۸۷	۰.۹۳	۰.۹۶	۰.۹۵	
DJ	۰.۰۵	۰.۱۳	۰.۰۷	۰.۰۴	۰.۰۵	۰.۳۴

$$W1 = \frac{0.05}{0.34} = 0.15$$

$$W2 = \frac{0.13}{0.34} = 0.38$$

$$W3 = \frac{0.07}{0.34} = 0.21$$

$$W4 = \frac{0.04}{0.34} = 0.12$$

$$W5 = \frac{0.05}{0.34} = 0.15$$

نکته :

مجموع w ها باید یک شود یعنی ۱=۰.۱۵+۰.۱۲+۰.۲۱+۰.۳۸+۰.۱۵

اگر فرد دارای قضاوتهای شخصی باشد که دارای وزنهای زیر باشد حال اوزان تعدیل شده را محاسبه نمائید .

	C۱	C۲	C۳	C۴	C۵	SUM
	۰.۳	۰.۲	۰.۵	۰.۱۰	۰.۲۵	۱

جمع باید یک شود

WI	W۱	W۲	W۳	W۴	W۵	SUM
WI	۰.۱۵	۰.۳۸	۰.۲۱	۰.۱۲	۰.۱۵	
λi	۰.۳	۰.۲	۰.۱۵	۰.۱۰	۰.۲۵	
λiwi	۰.۰۴	۰.۰۷	۰.۰۳	۰.۰۱	۰.۰۳	۰.۱۸

$$w'1 = \frac{0.04}{0.18} = 0.22$$

$$w'2 = \frac{0.07}{0.18} = 0.38$$

$$w'3 = \frac{0.03}{0.18} = 0.16$$

$$w'4 = \frac{0.01}{0.18} = 0.05$$

$$w'5 = \frac{0.03}{0.18} = 0.16$$

مسئله :

با روش آنتروپی اوزان شاخصها را مشخص کنید

	C۱	C۲	C۳
A۱	۴	خیلی کم	زیاد
A۲	۷	متوسط	کم
A۳	۲	نسبتاً زیاد	متوسط

	C۱	C۲	C۳
A۱	۴	۹	۷
A۲	۷	۵	۳
A۳	۲	۴	۵
	۱۳	۱۸	۱۵

	C۱	C۲	C۳
A۱	۰.۳۱	۰.۵۰	۰.۴۷
A۲	۰.۵۴	۰.۲۸	۰.۲۰
A۳	۰.۱۵	۰.۲۲	۰.۳۳

K=۰.۹۱

E۱=۰.۹۰ E۲=۰.۹۴ E۳=۰.۹۵

	۱	۲	۳	
ej	۰.۹۰	۰.۹۴	۰.۹۵	
dj	۰.۱۰	۰.۰۶	۰.۰۵	۰.۲۱

w۱	w۲	w۳	SUM
۰.۴۸	۰.۲۹	۰.۲۴	۱.۰۰

روشهای تصمیم گیری چند شاخصه :

SAW – TOPSIS - ELECTRE -AHP

که ساده ترین آنها روش مجموع وزنی (SAW) است

SIMPLE ADDIVE WIGHTED

روش SAW

الگوریتم این روش به شرح زیر میباشد .

۱- ماتریس تصمیم را کمی کنید

۲- با استفاده از روش خطی یا مجموع ستونی آنرا نرمال کنید

۳- وزن شاخصها را با کمک روش آنتروپی بدست آورید

٤- ماتریس نرمال شده را در بردار ستونی وزن شاخصها ضرب کنید و به ترتیب بزرگترین عدد گزینه را رتبه بندی کنید

مثال :

فردی میخواهد از بین سه سیستم کامپیوتری یکی را انتخاب کند شاخصها عبارتند از هزینه ، کیفیت خدمات پس از فروش ، امنیت ، کیفیت سخت افزار و کیفیت نرم افزار ماتریس تصمیم به شرح ذیل میباشد با استفاده از روش SAW گزینه ها را رتبه بندی کنید

	c۱	c۲	c۳	c۴	c۵
A۱	۳	زیاد	خیلی زیاد	کم	کم
A۲	۲	کم	زیاد	زیاد	کم
A۳	۵	متوسط	نسبتاً کم	متوسط	زیاد

	c۱	c۲	c۳	c۴	c۵
A۱	۳	۷	۹	۳	۳
A۲	۲	۳	۷	۷	۳
A۳	۵	۵	۲	۵	۷
	۱۰	۱۵	۱۸	۱۵	۱۳

	c۱	c۲	c۳	c۴	c۵
A۱	۰.۳	۰.٤۷	۰.۵	۰.۲	۰.۲۳
A۲	۰.۲	۰.۲	۰.۳۹	۰.٤۷	۰.۲۳
A۳	۰.۵	۰.۳۳	۰.۱۱	۰.۳۳	۰.٥٤

K=۰.۹۱

E۵=۰.۹۲ E۴=۰.۹۵ E۳=۰.۸۷ E۲=۰.۹۵ E۱=۰.۹۴

	۱	۲	۳	۴	۵	SUM
Ej	۰.۹۴	۰.۹۵	۰.۸۷	۰.۹۵	۰.۹۲	
DJ	۰.۰۶	۰.۰۵	۰.۱۳	۰.۰۵	۰.۰۸	۰.۳۷

W۱=۰.۱۶ W۲=۰.۱۳ W۳=۰.۳۵ W۴=۰.۱۳ W۵=۰.۲۲

$$\sum wi = 0.99$$

	c۱	c۲	c۳	c۴	c۵
A۱	۰.۳	۰.٤٧	۰.۵	۰.۲	۰.۲۳
A۲	۰.۲	۰.۲	۰.۳۹	۰.٤٧	۰.۲۳
A۳	۰.۵	۰.۳۳	۰.۱۱	۰.۳۳	۰.٥٤

$$\begin{bmatrix} 0.16 \\ 0.13 \\ 0.35 \\ 0.13 \\ 0.22 \end{bmatrix} \times = \begin{bmatrix} 0.36 \\ 0.3 \\ 0.32 \end{bmatrix}$$

روش TOPSIS

برای استفاده از این تکنیک گامهای زیر را برمیداریم

۱- کمی کردن و بی مقیاس کردن ماتریس تصمیم N (حتماً روش NORM)

۲- ماتریس بی مقیاس موزون (همان ماتریس N) در ماتریس قطری وزنها را ضرب کنید و آنرا V بنامید یعنی

V=N*W

۳- تعیین راه حل ایده آل مثبت و ایده آل منفی که در این دو راه حل بصورت زیر محاسبه میشود .

راه حل مثبت : VJ^{+}

VJ^{+} =[بردار بهترین مقادیر شاخص در ماتریس V]

راه حل مثبت : VJ^{-}

VJ^{-} =[بردار بدترین مقادیر شاخص در ماتریس V]

منظور از بهترین مقادیر برای شاخصهای مثبت بزرگترین مقادیر و برای شاخصهای منفی کوچکترین مقادیر است یادمان باشد که منظور از بدترین مقدار برای شاخصهای مثبت کوچکترین مقادیر و برای شاخصهای منفی برگترین مقادیر است .

٤- میزان فاصله هر یک از گزینه ها تا ایده آل های مثبت و منفی را محاسبه کنید (این فاصله را فاصله اقلیدس بنامید و با d کوچک نشان دهید .

$$dj^{+} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}(vij - vj^{+})^{2}} \forall i$$

$$dj^{-} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}(vij - vj^{-})^{2}} \forall i$$

۵- با توجه به فاصله اقلیدسی بدست آمده تعیین نزدیکی نسبی یک گزینه به راه حل ایده آل با توجه به فرمول زیر

$$cl_i = \frac{di^-}{di^- + di^+}$$

۶- سعی کنید بزرگترین CL را بعنوان بهترین گزینه انتخاب کنید توجه داشته باشید که در این روش فاصله اقلیدسی با توجه به بهترین و بدترین جواب ایده آل بدست می آید یعنی اگر در در ماتریسی بزرگترین و کوچکترین عدد مربوط به شاخصهای منفی باشد راه حل topsis جوابگو نبوده و بهتر است از روش AHP یا ELECTRE استفاده کنیم .

مثال :

فرض کنید فردی قصد خرید یکی از خودرو های پراید ، پیکان ، پژو شاخصهای مورد نظر عبارتند از قیمت خرید ، سرعت ، کیفیت خدمات پس از فروش و ضمانت مورد ارزیابی قرار میگرد ماتریس تصمیم به شرح زیر میباشد با استفاده از روش TOSIS گزینه ها را رتبه بندی کنید .

	c۱	c۲	c۳	c۴
A۱	٤	۷	زیاد	متوسط
A۲	۷	۵	خیلی زیاد	خیلی زیاد
A۳	۳	۳	کم	نسبتاً زیاد

	c۱	c۲	c۳	c۴
A۱	٤	۷	۷	٥
A۲	۷	٥	۹	۹
A۳	۳	۳	۳	۸
sqrt	۸.٦۰	۹.۱۱	۱۱.۷۹	۱۳.۰٤

N=

	c۱	c۲	c۳	c۴
A۱	۰.٤٦	۰.۷۷	۰.٥۹	۰.۳۸
A۲	۰.۸۱	۰.٥٥	۰.۷٦	۰.٦۹
A۳	۰.۳٥	۰.۳۳	۰.۲٥	۰.٦۱

	c۱	c۲	c۳	c۴
A۱	٤	۷	۷	٥
A۲	۷	٥	۹	۹
A۳	۳	۳	۳	۸
SUM	۱٤	۱٥	۱۹	۲۲

	c۱	c۲	c۳	c۴
A۱	۰.۲۹	۰.٤۷	۰.۳۷	۰۲۳
A۲	۰.٥	۰.۳۳	۰.٤۷	۰.٤۱
A۳	۰.۲۱	۰.۲۰	۰.۱٦	۰.۳٦

	۱	۲	۳	۴		SUM
Ej	۰.۹۴	۰.۹۵	۰.۹۲	۰.۹۷		
DJ	۰.۰۶	۰.۰۵	۰.۰۸	۰.۰۳		۰.۲۱
W	۰.۲۷	۰.۲۴	۰.۳۷	۰.۱۲		۱

$$\begin{bmatrix} ۰.۴۷ & ۰.۷۷ & ۰.۵۹ & ۰.۳۸ \\ ۰.۸۱ & ۰.۵۵ & ۰.۷۶ & ۰.۶۹ \\ ۰.۳۵ & ۰.۳۳ & ۰.۲۵ & ۰.۶۱ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۰.۲۷ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰.۲۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰.۳۶ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰.۱۴ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} ۰.۱۲۷ & ۰.۱۷۷ & ۰.۲۱۲ & ۰.۰۵۳ \\ ۰.۲۱۹ & ۰.۱۲۷ & ۰.۲۷۴ & ۰.۰۹۷ \\ ۰.۰۹۵ & ۰.۰۷۶ & ۰.۰۹۰ & ۰.۰۸۵ \end{bmatrix}$$

	minvc۱	maxvc۲	maxvc۳	maxvc۴
vj+	۰.۰۹۵	۰.۱۷۷	۰.۲۷۴	۰.۰۹۷
	maxvc۱	minvc۲	minvc۳	minvc۴
vj-	۰.۲۱۹	۰.۰۷۶	۰.۰۹۰	۰.۰۵۳

نکته : به تعداد گزینه ها (سطرها) ما d+ و d- داریم

$$d1^+ = \sqrt{(0.95-0.127)^2+(0.177-177)^2+(0.274-0.212)^2+(0.097-0.053)^2} = 0.082$$

$$d2^+ = \sqrt{(0.95-0.219)^2+(0.177-127)^2+(0.274-0.274)^2+(0.097-0.97)^2} = 0.134$$

$$d3^+ = \sqrt{(0.95-0.95)^2+(0.177-76)^2+(0.274-0.0.09)^2+(0.097-0.085)^2} = 0.210$$

$$d1^- = \sqrt{(0.219-0.127)^2+(0.076-0.177)^2+(0.09-0.212)^2+(0.053-0.53)^2} = 0.183$$

$$d2^- = \sqrt{(0.219-0.219)^2+(0.076-0.127)^2+(0.09-0.274)^2+(0.053-0.097)^2} = 0.195$$

$$d3^- = \sqrt{(0.219-0.095)^2+(0.076-0.076)^2+(0.09-0.09)^2+(0.053-0.085)^2} = 0.128$$

$$cl_1 = \frac{d1^-}{d1^- + d1^+} = \frac{0.183}{0.183+0.082} = 0.69$$

$$cl_2 = \frac{d2^-}{d2^- + d2^+} = \frac{0.195}{0.195+0.134} = 0.59$$

$$cl_3 = \frac{d3^-}{d3^- + d3^+} = \frac{0.128}{0.128+0.210} = 0.38$$

$$A1 > A2 > A3$$

فردی میخواهد از بین سه سیستم کامپیوتری یکی را انتخاب کند شاخصها عبارتند از هزینه ، کیفیت خدمات پس از فروش ، امنیت ، کیفیت سخت افزار و کیفیت نرم افزار ماتریس تصمیم به شرح ذیل میباشد با استفاده از روش topsis گزینه ها را رتبه بندی کنید .

	C۱	C۲	C۳	C۴	C۵
A۱	۳	زیاد	خیلی زیاد	کم	کم
A۲	۲	کم	زیاد	زیاد	کم
A۳	۵	متوسط	نسبتاً کم	متوسط	زیاد

	C۱	C۲	C۳	C۴	C۵	
A۱	۳	۷	۹	۳	۳	
A۲	۲	۳	۷	۷	۳	
A۳	۵	۵	۲	۵	۷	
N	۶.۱۶	۹.۱۱	۱۱.۵۸	۹.۱۱	۸.۱۹	
A۱	۰.۴۹	۰.۷۷	۰.۷۸	۰.۳۳	۰/۳۷	
A۲	۰.۳۲	۰.۳۳	۰.۶	۰.۷۷	۰.۳۷	
A۳	۰.۸۱	۰.۵۵	۰.۱۷	۰.۵۵	۰.۸۶	
W	C۱	C۲	C۳	C۴	C۵	
A۱	۰.۳	۰.۴۷	۰.۵	۰.۲۰	۰.۲۳	
A۲	۰.۲	۰.۲	۰.۳۹	۰.۴۷	۰.۲۳	
A۳	۰.۵	۰.۳۳	۰.۱۱	۰.۳۳	۰.۵۴	
EI	۰.۹۴	۰.۹۵	۰.۸۷	۰.۹۵	۰.۹۲	
DJ	۰.۰۶	۰.۰۵	۰.۱۳	۰.۰۵	۰.۰۸	۰.۳۷
W	۰.۱۷	۰.۱۳	۰.۳۴	۰.۱۳	۰.۲۲	۱

×

۰.۴۹	۰.۷۷	۰.۷۱	۰.۳۳	۰.۳۷	×	۰.۱۷	۰	۰	۰	=	۰.۸۲	۰.۱۰۳	۰.۲۶۸	۰.۰۴۴	۰.۰۸
۰.۳۲	۰.۳۳	۰.۶۰	۰.۷۷	۰.۳۷		۰	۰.۱۳	۰	۰		۰.۰۵۵	۰.۰۴۴	۰.۲۰۹	۰.۱۰۳	۰.۰۸
۰.۸۱	۰.۵۵	۰.۱۷	۰.۵۵	۰.۸۶		۰	۰	۰.۳۴	۰		۰.۱۳۷	۰.۰۷۴	۰.۰۶	۰.۰۷۴	۰.۱۸۶
						۰	۰	۰	۰.۱۳						

VJ+	MIN VC۱	MAX VC۲	MAX VC۳	MAX VC۴	MAX VC۵
	۰.۰۵	۰.۱	۰.۲۷	۰.۱	۰.۱۹
VJ-	MAX VC۱	MIN VC۲	MIN VC۳	MIN VC۴	MIN VC۵
	۰.۱۴	۰.۰۴	۰.۰۶	۰.۰۴	۰.۰۸

$d_1^+ = 0.12$

$d_2^+ = 0.14$

$d_3^+ = 0.23$

$d_1^- = 0.22$

$d_2^- = 0.18$

$d_3^- = 0.11$

$\mathrm{cl}_1 = 0.64$

$cl_2 = 0.57$

$cl_3 = 0.33$

$A1 > A2 > A3$

روش AHP (روش تحلیل سلسله مراتبی)

این تکنیک که توسط آقای ساعتی در دهه ۱۹۷۰ مورد استفاده قرار گرفت با کمک مقایسات زوجی به رتبه بندی گزینه ها و همچنین سازگاری قضاوتها می پردازد در این تکنیک بهتر است تعداد شاخصها کمتر یا مساوی با هفت باشد .

برای بیشتر از هفت شاخص سعی کنید به سراغ A.M.P یا F.A.N.P بروید

تذکر یک :

جدول زیر اهمیت مقایسات زوجی را نسبت به یکدیگر مشخص میکند اگر دو عنصر دارای اهمیت برابر باشند

جدول ۱۹_۱. مقیاس AHP

شرح	تعریف	درجه اهمیت
دو عنصر، اهمیت یکسانی داشته باشند.	اهمیت یکسان	۱
یک عنصر نسبت به عنصر دیگر، نسبتاً ترجیح داده می‌شود.	نسبتاً مرجح	۳
یک عنصر نسبت به عنصر دیگر، زیاد ترجیح داده می‌شود.	ترجیح زیاد	۵
یک عنصر به عنصر دیگر، بسیار زیاد ترجیح داده می‌شود.	ترجیح بسیار زیاد	۷
یک عنصر به عنصر دیگر، ترجیح فوق‌العاده زیادی دارد.	ترجیح فوق‌العاده زیاد	۹
	ارزش‌های بینابین در قضاوت‌ها	۲،۴،۶،۸

اعداد	اهمیت i نسبت به j
۱	یکسان
۳	نسبتاً مهمتر
۵	مهمتر
۷	خیلی مهمتر
۹	بی نهایت مهمتر
بینابین اعداد ۲-٤-۶-۸	

تذکر دو :

هرگاه عنصر i با j مقدار a باشد مقایسه a با j میشود $\frac{1}{a}$

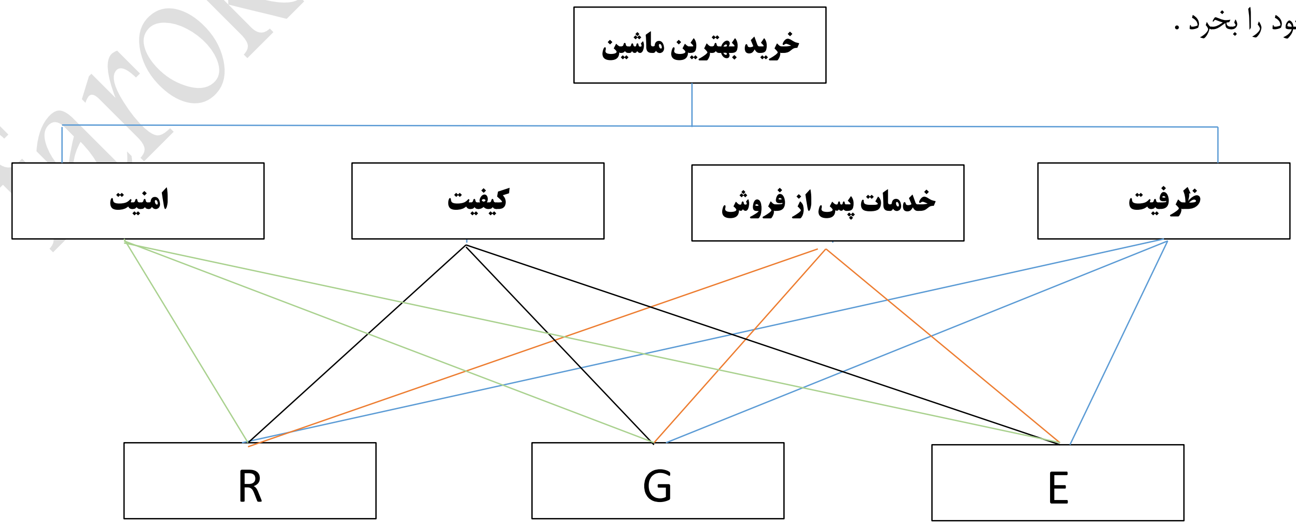
	کیفیت	سرعت
کیفیت	۱	۳
سرعت	$\frac{1}{3}$	۱

تذکر سه :

برای اینکه یک مسئله را از روش سلسله مراتبی حل کنیم باید ابتدا درخت سلسله مراتب را رسم کنیم و سطوح مختلف ار در آن نمایش دهیم

مثال :

فرض کنید فردی میخواهد بهترین ماشین را خریداری کند شاخصهای ظرفیت ، خدمات پس از فروش ، کیفیت و امنیت مورد نظر این فرد است سه گزینه R-G-E در دسترس این فرد است با کمک روش A.H.P به این فرد کمک کنید که ماشین مورد دلخواه خود را بخره .



	ظرفیت	خدمات	کیفیت	امنیت
ظرفیت	۱	۳	۵	۷
خدمات	۱/۳	۱	۲	۴
کیفیت	۱/۵	۱/۲	۱	۹
امنیت	۱/۷	۱/۴	۱/۹	۱
SUM	۱.۶۷	۴.۷۵	۸.۱	۲۱

گام یک :

ماتریس را از روش مجموع ستونی نرمال میکنیم.

	ظرفیت	خدمات	کیفیت	امنیت	میانگین حسابی
ظرفیت	۰.۶	۰.۶۳	۰.۶۲	۰.۳۳	۰.۵۵
خدمات	۰.۲	۰.۲۱	۰.۲۵	۰.۱۹	۰.۲۱
کیفیت	۰.۱	۰.۱	۰.۱۲	۰.۴۳	۰.۱۹
امنیت	۰.۰۸	۰.۰۵	۰.۰۱	۰.۰۵	۰.۰۴

ظرفیت	R	G	E
R	۱	۳	۵
G	۱/۳	۱	۷
E	۱/۵	۱/۷	۱
SUM	۱.۵۳	۴.۱۴	۱۳

ظرفیت	R	G	E	میانگین حسابی
R	۰.۶۵	۰.۷۲	۰.۳۸	۰.۵۸
G	۰.۲۲	۰.۲۴	۰.۵۴	۰.۳۳
E	۰.۱۳	۰.۰۳	۰.۰۷	۰.۰۸

خدمات	R	G	E
R	۱	۳	۶
G	۱/۳	۱	۵
E	۱/۶	۱/۵	۱
SUM	۱.۵	۴.۲	۱۲

خدمات	R	G	E	میانگین حسابی
R	۰.۶۷	۰.۷۱	۰.۵	۰.۶۳
G	۰.۲۲	۰.۲۴	۰.۴۲	۰.۲۹
E	۰.۱۱	۰.۰۴	۰.۰۸	۰.۰۸

کیفیت	R	G	E
R	۱	۵	۹
G	۱/۵	۱	۴
E	۱/۹	۱/۴	۱
SUM	۱.۳۱	۶.۲۵	۱۴

کیفیت	R	G	E	میانگین حسابی
R	۰.۷۶	۰.۸	۰.۶۴	۰.۷۳
G	۰.۱۵	۰.۱۶	۰.۲۹	۰.۲
E	۰.۰۸	۰.۰۴	۰.۰۷	۰.۰۵

امنیت	R	G	E	میانگین حسابی
R	۰.۶۷	۰.۸۴	۰.۲۷	۰.۶
G	۰.۱۱	۰.۱۴	۰.۶۳	۰.۳
E	۰.۲۲	۰.۰۲	۰.۰۹	۰.۱۱

امنیت	R	G	E	
R	۱	۶	۳	
G	۱/۶	۱	۷	
E	۱/۳	۱/۷	۱	
SUM	۱.۵	۷.۱۴	۱۱	

$$\begin{matrix} 0.58 & 0.63 & 0.73 & 0.6 \\ 0.33 & 0.29 & 0.2 & 0.3 \\ 0.08 & 0.08 & 0.06 & 0.11 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.55 \\ 0.21 \\ 0.19 \\ 0.04 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.61 \\ 0.29 \\ 0.12 \end{bmatrix}$$

$$(0.58\times0.55)+(0.63\times0.21)+(0.73\times0.19)+(0.6\times0.04)=0.61$$

R>G>E

در این مرحله باید نرخ ناسازگاری را مشخص کنیم تا مشخص شود آیا بین مشخصات زوجی سازگاری وجود دارد یا خیر در این مرحله ما فقط نرخ ناسازگاری را برای مقایسات زوجی شاخصها حساب میکنیم (عملیات مشابهی برای هر یک از گزینه ها از نظر هر شاخص میبایست انجام شود

گامهای زیر برای محاسبه نرخ ناسازگاری بر میداریم .

گام یک :

ماتریس مقایسات زوجی (ماتریس نرمال نشده) را در بردار وزنهای نسبی آمده از آن ضرب میکنیم و آنرا WSV می نامیم .

WSV=D.W

	ظرفیت	خدمات	کیفیت	امنیت
ظرفیت	۱	۳	۵	۷
خدمات	۱/۳	۱	۲	۴
کیفیت	۱/۵	۱/۲	۱	۹
امنیت	۱/۷	۱/۴	۱/۹	۱

	C۱	C۲	C۳	C۴
C۱	۰.۶	۰.۶۳	۰.۶۲	۰.۳۳
C۲	۰.۲	۰.۲۱	۰.۲۵	۰.۱۹
C۳	۰.۱	۰.۱	۰.۱۲	۰.۴۳
C۴	۰.۰۸	۰.۰۵	۰.۰۱	۰.۰۵

$$\times \begin{bmatrix} 0.55 \\ 0.21 \\ 0.19 \\ 0.04 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.41 \\ 0.93 \\ 0.77 \\ 0.19 \end{bmatrix}$$

گام دوم :

در این مرحله جواب حاصل WSV را در بردار وزنهای نسبی شاخصها تقسیم میکنیم تا بردار سازگار CV بدست آید .

$$CV = \frac{WSV}{W}$$

$$\frac{2.41}{0.55} = 4.38$$

$$\frac{0.93}{0.21} = 4.43$$

$$\frac{0.19}{0.77} = 4.05$$

$$\frac{0.19}{0.04} = 4.75$$

گام سوم :

میانگین حسابی عناصر این بردار cv را بدست می آوریم و آنرا λ max مینامیم

$$\lambda Max = \frac{(4.38 + 4.43 + 4.05 + 4.75)}{4} = 4.4$$

گام چهارم :

شاخص ناسازگاری ii بصورت زیر محاسبه میکنیم

$$ii = \frac{\lambda Max - n}{n - 1} \qquad ii = \frac{4.4 - 4}{4 - 1} = 0.13$$

گام پنجم :

در اینجا نرخ ناسازگاری محاسبه شود ما از فرمول زیر برای محاسبه این نرخ استفاده میکنیم

N	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
IRI	۰	۰	۰.۵۸	۰.۹	۱.۱۲	۱.۱۴	۱.۴۱	۱.۴۲	۱.۴۷	۱.۴۹	۱.۵۱

نکته : این اعداد رندوم بوده و از طریق نرم افزار بدست می آید

$$IR = \frac{II}{IRI} \qquad IR = \frac{0.13}{1.12} = 0.12$$

از آنجایی که IR=۰.۱۲ بزرگتر از ۰.۱ میباشد بنابراین سازگاری قابل قبولی بین شاخصها وجود ندارد حال لازم است هر گزینه نسبت به شاخصها نیز محاسبه گردد .(در پائین بر حسب ظرفیت محاسبه گردیده شده است)

$$\begin{matrix} ۱ & ۳ & ۵ \\ ۱.۳ & ۱ & ۷ \\ ۱.۵ & ۱.۷ & ۱ \end{matrix} \times \begin{bmatrix} 0.58 \\ 0.33 \\ 0.08 \end{bmatrix} = \begin{matrix} ۱.۹۷ \\ ۱.۰۸ \\ ۰.۲٤ \end{matrix}$$

$$CV = \begin{bmatrix} 1.97 \div 0.58 \\ 1.08 \div 0.33 \\ 0.24 \div 0.08 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.39 \\ 3.27 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\lambda Max = \frac{(3.39+3.27+3)}{3} = 3.22$$

$$II = \frac{3.22-3}{3-1} = 0.11$$

$$IR = \frac{0.11}{0.9} = 0.12$$

تصمیم گیری چند هدفه :

در بسیاری از مسائل ، تصمیم گیرندگان برای تصمیم گیری باید بیش از یک هدف را مدنظر داشته باشند بعنوان مثال گاهی اوقات هدف تصمیم گیرنده حداکثر کردن سود ، حداکثر کردن تعداد شاغلین ، رضایت کارکنان ، تنوع تولید و یا ... میتواند مورد بحث قرار گیرد توجه داشته باشید که در برنامه ریزی خطی ما دارای یک تابع هدف بودیم اما در اینجا چندین تابع هدف داریم .

$$\begin{aligned} &\max(\min)\ fi \\ &s.t \\ &gi(xj) \le bi \\ &xj \ge 0 \end{aligned}$$

دردوره لیسانس خوانده شده

$$\begin{aligned} &\max(\min)\ f1(xj) \\ &\max(\min)\ f2(xj) \\ &s.t \\ &gi(xj) \le bi \\ &xj \ge 0 \end{aligned}$$

دارای چندین تابع هدف

تابع هدفFi

متغییرهای تصمیم Xj

محدودیتG

منابعBi

مثال :

شرکتی دو نوع اسباب بازی تولید میکند a,b سود هر کدام از اینها به ترتیب ۳۰۰۰و۴۰۰۰ واحد پولی میباشد اسباب بازی نوع a دارای کیفیت بهتری نسبت به b است زمان تولید هر واحد اسباب بازی a ۳ برابر واحد اسباب بازی b است اگر تمام اسباب بازیها از نوع b تولید شود شرکت میتواند ۵۰۰ عدد تولید کند با توجه به موجود مواد اولیه جمع تولید این دو اسباب بازی روزانه بیشتر از ۴۰۰ عدد نمیتواند باشد فرض بر این است هر اسباب بازی که تولید میشود بفروش میرسد مدیر این شرکت بدنبال رسیدن به اهداف زیر است .

۱- کسب سود حداکثری ۲- تولید اسباب بازی a را حداکثر کند ۳- اهمیت سود شرکت ۳ برابر تولید اسباب بازی a است

برای حل مسائل تصمیم گیری چند هدفه روشهای مختلفی وجود دارد که عبارتند از :

۱- روش تبدیل تابع هدف به محدودیت

۲- روش وزن دهی به اهداف

۳- روش اولویت مطلق

۴- روش معیار جامع

۵- روش برنامه ریزی آرمانی

روش تبدیل تابع هدف به محدودیت

در این روش از بین توابع هدف مختلف یکی را انتخاب کرده و سایر توابع هدف را با توجه به تصمیمات تصمیم گیرنده یا فردی که مدل را ارائه می دهد به محدودیت تبدیل میکنیم

مثال :

مسئله زیر را با دو هدف در نظر بگیرید و آنرا از روش تبدیل تابع هدف به محدودیت حل کنید .

$$\max\ f1 = 3x_1 + 2x_2$$
$$\max\ f2 = 5x_1 + 4x_2$$
$$s.t$$
$$x_1 + 3x_2 \le 12$$
$$x_1 + x_2 \le 10$$
$$x_1 \ge 7$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

تذکر :

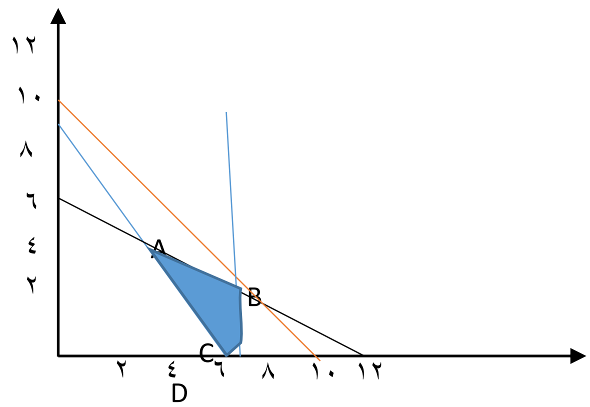
اگر تابع هدف اول f۱ معرف سود باشد و تابع هدف دوم f۲ میزان اشتغال را نشان دهد و تصمیم گیرنده تمایل داشته باشد میزان سودش حداقل ۱۸ واحد پولی باشد این مسئله را حل کنید .

تذکر :

مسائلی که دارای دو متغییر باشد از روش ترسیمی و بیشتر از آن از روش سیمپلکس صورت می پذیرد.

$$\max f_2 = 5x_1 + 4x_2$$
$$s.t$$
$$3x_1 + 2x_2 \ge 18$$
$$x_1 + 3x_2 \le 12$$
$$x_1 + x_2 \le 10$$
$$x1 \le 7$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

	L۱	L۲	L۳	L۴
X۱	۶	۱۲	۱۰	۷
X۲	۹	۶	۱۰	۰



$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 18 \\ x_1 + 3x_2 = 12 \end{cases}$$

$$-\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 18 \\ x_1 + 3x_2 = 12 \end{cases} = \begin{cases} 3x_1 + x_2 = 18 \\ -x_1 - 3x_2 = -12 \end{cases} \rightarrow -7x_2 = 18 \rightarrow x_2 = \frac{18}{7}$$

$$x_1 + 3(\frac{18}{7}) = 12 \rightarrow x_1 = \frac{30}{7}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 12 \\ x_1 = 7 \end{cases} \rightarrow 7 + 3x_2 = 12 \rightarrow x2 = \frac{5}{3}$$

	(X۱,x۲)	F۲
A	۳۰/۷ , ۱۸/۷	۳۱.۷۱
B	۷ , ۵/۳	۴۱.۶۶*
C	۷ , ۰	۳۵
d	۶ , ۰	۳۰

همین تمرین را با کارکنان حداکثر یا کمتر از ۳۰ حل کنید .

$$\max f_1 = 3x_1 + 2x_2$$

$$s.t$$

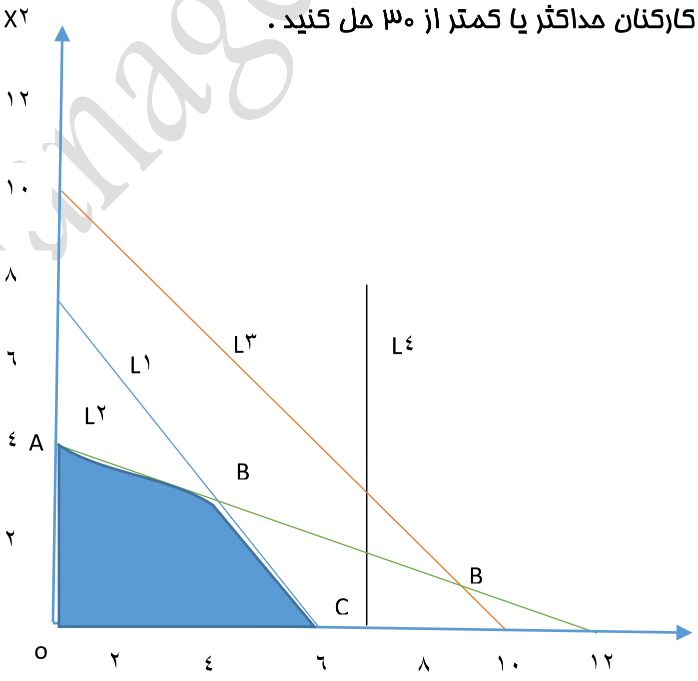
L۱ $5x_1 + 4x_2 \leq 30$

L۲ $x_1 + 3x_2 \leq 12$

L۳ $x_1 + x_2 \leq 10$

L٤ $x_1 \leq 7$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



نقاط موجه	(X۱, X۲)	F۱
o	۰ ، ۰	۰
a	۰ ، ٤	۸
b	۳.۸٤ ، ۲.۷	۱٦.۹۲
c	٦ ، ۰	۱۸*

روش وزن دهی به اهداف

در روش وزن دهی به اهداف تصمیم گیرنده به اهداف مختلف وزن (ضریب اهمیتی) اختصاص میدهد و سپس توابع هدف را در وزنهای مربوطه ضرب و در نهایت با جمع کردن این توابع به یک تابع هدف واحد میرسد و در روش وزن دهی باید به چند نکته توجه کرد .

۱- هر وزن عددی بین ۰ و ۱ است و مجموع وزنها باید ۱ شود

۲- تمامی توابع هدف یا بصورت max است یا min

۳- ضرایب متغییرهای تصمیم در توابع هدف مختلف باید هم مقیاس باشند

نکته اول :

در مورد نکته اول مثلاً اگر سود ۳ برابر از تامین نیرو مهمتر باشد و به عبارت دیگر دو تابع هدف داشته باشیم که اولی ۳ برابر دومی مهم باشد وزن هر یک به روش زیر محاسبه میشود .

$$w1=\frac{3}{3+1}=0.75$$

$$w2=\frac{1}{3+1}=0.25$$

نکته دوم :

اگر توابع داده شده همکن نباشند تابع min را در یک منفی ضرب میکنیم تا به max تبدیل شود

$$-\begin{cases}\max f_1=x_1+5x_2\\ \min f_2=3x_1-4x_2\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\max f_1=x_1+5x_2\\ \max f_2=-3x_1+4x_2\end{cases}$$

نکته سوم :

اگر تابع هدف یک واحد نداشته باشد حتماً نرمال کنید .

تعداد

سود

$$\begin{cases}\max f_1=4000x_1+3000x_2\\ \max f_2=5x_1+7x_2\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\max f_1=\frac{4000}{7000}x_1+\frac{3000}{7000}x_2\\ \max f_2=\frac{5}{12}x_1+\frac{7}{12}x_2\end{cases}$$

مثال :

شرکتی دو نوع اسباب بازی تولید میکند a,b سود هر کدام از اینها به ترتیب ۳۰۰۰ و۴۰۰۰ واحد پولی میباشد اسباب بازی نوع a دارای کیفیت بهتری نسبت به b است زمان تولید هر واحد اسباب بازی a ۳ برابر واحد اسباب بازی b است اگر تمام اسباب بازیها از نوع b تولید شود شرکت میتواند ۵۰۰ عدد تولید کند با توجه به موجود مواد اولیه جمع تولید این دو اسباب بازی روزانه بیشتر از ۴۰۰ عدد نمیتواند باشد فرض بر این است هر اسباب بازی که تولید میشود بفروش میرسد مدیر این شرکت بدنبال رسیدن به اهداف زیر است .

۱- کسب سود حداکثری ۲- تولید اسباب بازی a را حداکثر کند ۳- اهمیت سود شرکت ۳ برابر تولید اسباب بازی a است

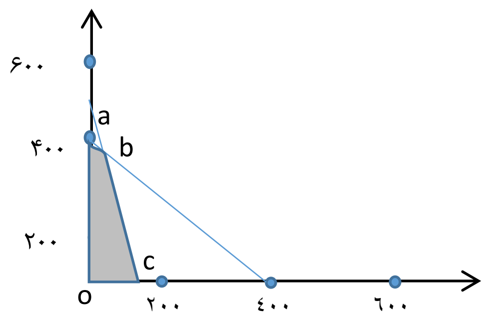
X۱ تعداد اسباب بازی نوع a X۲ تعداد اسباب بازی نوع b

نرمال کردن ۳/۷ ۴/۷

$$\max f_1=4000x_1+3000x_2$$
$$\max f_2=x1$$
$$s.t$$
$$3x_1+x_2\le 500$$
$$x_1+x_2\le 400$$
$$x_1,x_2\ge 0$$
$$w1=0.75$$
$$w2=0.25$$

$$\max f=0.75(\frac{4}{7}x_1+\frac{3}{7}x_2)+0.25x_1$$
$$s.t$$
$$3x_1+x_2\le 500$$
$$x_1+x_2\le 400$$
$$x_1,x_2\ge 0$$

	L۱	L۲
X۱	۱۶۶.۷	۴۰۰
X۲	۵۰۰	۴۰۰



$$-\begin{cases}3x_1+x_2=500\\ x_1+x_2=400\end{cases}\begin{cases}3x_1+x_2=500\\ -x_1-x_2=-400\end{cases}2x_1=100\rightarrow x_1=50$$

$$3(50)+x_2=500\rightarrow x_2=350$$

$$\left[(0.75(\frac{4}{7}\times 0)+(\frac{3}{7}\times 400)\right]+0.25(0)=126$$

$$\left[(0.75(\frac{4}{7}\times 50)+(\frac{3}{7}\times 350)\right]+0.25(50)=144.12*$$

$$\left[(0.75(0.57\times 166.7)+(0.42\times 0)\right]+0.25(166.7)=112.92$$

نقاط موجه	X۱,x۲	F
o	۰ و ۰	۰
a	۴۰۰ و ۰	۱۲۶
b	۳۵۰ و ۵۰	۱۴۴.۱۲ ⁎
c	۰ و ۱۶۶.۷	۱۱۲.۹۲

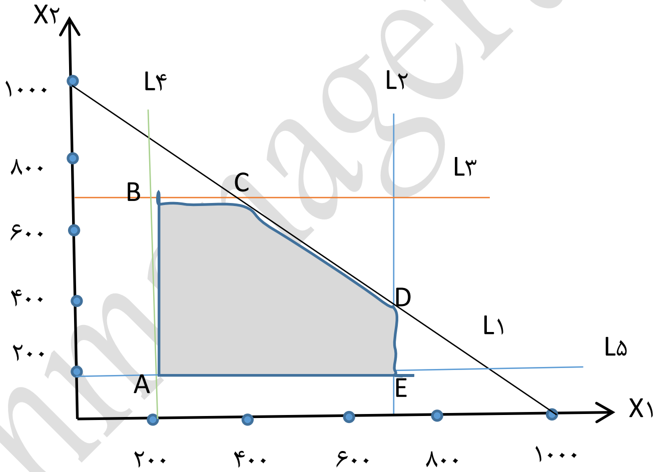
روش اولویت مطلق

در این روش با توجه به اولویت داده شده مسئله را با هدفی که مشخص کرده اند (اولویت مهمتر) حل میکنیم و جواب بهینه را مشخص میکنیم در مرحله بعد تابع هدف اولویت اول را برابر با مقدار بهینه قرار داده و بعنوان یک محدودیت به مسئله اضافه میکنیم در این حالت مسئله را با تابع هدف اولویت دوم حل میکنیم

مثال :

تابع هدف دوم را بعنوان اولویت اول و تابع هدف اول را بعنوان اولویت دوم در نظر بگیرید و مسله را حل کنید .

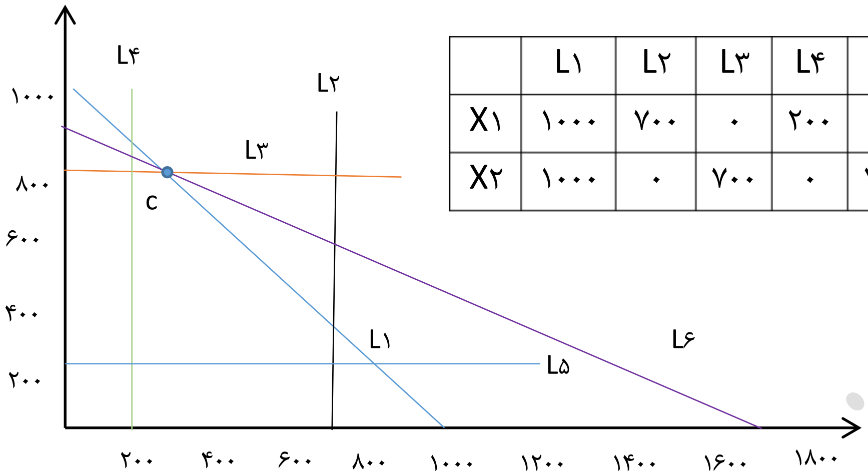
$$\max f_1=4x1$$
$$\max f_2=3x_1+6x_2$$
$$s.t$$
$$x_1+x_2\le 1000$$
$$x_1\le 700$$
$$x_2\le 700$$
$$x_1\ge 200$$
$$x_2\ge 200$$



نقاط موجه	X۱,x۲	F۲
A	۱۰۰ و ۲۰۰	۱۲۰۰
b	۷۰۰ و ۲۰۰	۴۸۰۰
C	۷۰۰ و ۳۰۰	۵۱۰۰ ⁎
D	۳۰۰ و ۷۰۰	۳۳۰۰
E	۱۰۰ و ۷۰۰	۲۲۰۰

	L۱	L۲	L۳	L۴	L۵
X۱	۱۰۰۰	۷۰۰	۰	۲۰۰	۰
X۲	۱۰۰۰	۰	۷۰۰	۰	۲۰۰

$$\max f_1 = 4x1$$
$$s.t$$
$$x_1 + x_2 \le 1000$$
$$x_1 \le 700$$
$$x_2 \le 700$$
$$x_1 \ge 200$$
$$x_2 \ge 200$$
$$3x_1 + 6x_2 = 5100$$



	L۱	L۲	L۳	L۴	L۵	L۶
X۱	۱۰۰۰	۷۰۰	۰	۲۰۰	۰	۱۷۰۰
X۲	۱۰۰۰	۰	۷۰۰	۰	۲۰۰	۸۵۰

روش معیار جامع

در این روش ابتدا با هر یک از توابع بطور جداگانه حل میکنیم و بعد از آن با کمک جوابهای بهینه بدست آمده یک تابع هدف جدید میسازیم و مجدداً برای این تابع هدف جدید و محدودیتهای قبلی مسئله را حل میکنیم فرمول زیر تابع هدف جدید را میسازد.

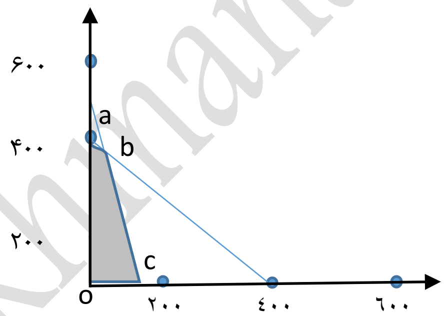
$$\min z = \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{fi^* - fi}{fi^*} \right)^p$$

در اینجا تابع هدف همیشه min خواهد بود منظور از fi^* مقدار بهینه هر یک از توابع هدف میباشد p یک عدد طبیعی است از ۱ تا .... اما بدلیل نبود فرصت کافی فقط برای ۱ حساب میکنیم .

مثال : مسئله اسباب بازی را درنظر بگیرید و از روش معیار جامع حل کنید .

	L۱	L۲
X۱	۱۶۶.۷	۴۰۰
X۲	۵۰۰	۴۰۰

$$\max f_2 = x_1$$
$$s.t$$
$$3x_1 + x_2 \le 500$$
$$x_1 + x_2 \le 400$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$



نقاط موجه	X۱,X۲	F
o	۰ و ۰	۰
a	۴۰۰ و ۰	۱۲۰۰۰۰۰
b	۳۵۰ و ۵۰	۱۲۵۰۰۰۰
c	۰ و ۱۶۷	۶۶۶۸۰۰

در f۲ بیشترین X۱ متعلق به مقدار نقطه c است

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 500 \\ x_1 + x_2 = 400 \end{cases} \begin{cases} 3x_1 + x_2 = 500 \\ -x_1 - x_2 = -400 \end{cases} 2x_1 = 100 \to x_1 = 50$$

$$3(50) + x_2 = 500 \to x_2 = 350$$

$$\min z = \left(\frac{1250000 - (4000x_1 + 3000x_2)}{1250000}\right) + \left(\frac{167 - x_1}{167}\right) = \left(\frac{1250 - (4x_1 + 3x_2)}{1250}\right) + \left(\frac{167 - x_1}{167}\right)$$

$s.t$

$3x_1 + x_2 \le 500$

$x_1 + x_2 \le 400$

$x_1 + x_2 \ge 0$

$$\min z = \left(1 - \frac{4x_1}{1250} - \frac{3x_2}{1250}\right) + \left(\frac{167 - x_1}{167}\right) \to \min z = 1 - 0.0032x_1 - .0024x_2 + 1 - 0.0060x_1$$

$$\min z = 2 - 0.0092x_1 - 0.0024x_2$$

$s.t$

$3x_1 + x_2 \le 500$

$x_1 + x_2 \le 400$

$x_1 + x_2 \ge 0$

مسئله زیر را از روش saw و topsis حل نمائید .

	c۱	c۲	c۳	
A۱	۴	کم	زیاد	
A۲	۷	خیلی کم	کم	
A۳	۳	متوسط	متوسط	

حل از روش saw

	C۱	C۲	C۳	
A۱	۴	۷	۷	
A۲	۷	۹	۳	
A۳	۹	۵	۵	
	۲۰	۲۱	۱۵	
A۱	۰.۲	۰.۳۳	۰.۴۷	
A۲	۰.۳۵	۰.۴۳	۰.۲	
A۳	۰.۴۵	۰.۲۴	۰.۳۳	
	۱	۲	۳	
ei	۰.۹۶	۰.۹۷	۰.۹۵	
di	۰.۰۴	۰.۰۳	۰.۰۵	۰.۱۲
w	۰.۳۳	۰.۲۵	۰.۴۲	۱

$$\begin{matrix} 0.2 & 0.33 & 0.47 \\ 0.35 & 0.43 & 0.2 \\ 0.45 & 0.24 & 0.33 \end{matrix} \times \begin{matrix} 0.33 \\ 0.25 \\ 0.42 \end{matrix} = \begin{matrix} 0.33 \\ 0.25 \\ 0.42 \end{matrix}$$

از روش TOPSIS (N در روش SAW محاسبه گردیده که مجدداً محاسبه نمیگردد)

	C۱	C۲	C۳
A۱	۴	۷	۷
A۲	۷	۹	۳
A۳	۹	۵	۵
	۱۲.۰۸	۱۲.۴۵	۹.۱
A۱	۰.۳۳	۰.۵۶	۰.۷۷
A۲	۰.۵۸	۰.۷۲	۰.۳۳
A۳	۰.۷۵	۰.۴	۰.۵۵

$$\begin{bmatrix} ۰.۳۳ & ۰.۵۶ & ۰.۷۷ \\ ۰.۵۸ & ۰.۷۲ & ۰.۳۳ \\ ۰.۷۵ & ۰.۴۰ & ۰.۵۵ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۰.۳۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰.۲۵ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰.۴۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰.۱۱ & ۰.۱۴ & ۰.۳۲ \\ ۰.۱۹ & ۰.۱۸ & ۰.۱۴ \\ ۰.۲۵ & ۰.۱ & ۰.۲۳ \end{bmatrix}$$

Vj+	Maxc۱	Minc۲	Maxc۳
	۰.۲۵	۰.۱	۰.۳۲
Vj-	Minc۱	Maxc۲	Minc۳
	۰.۱۱	۰.۱۸	۰.۱۴

$d_1^+ = 0.15$

$d_2^+ = 0.21$

$d_3^+ = 0.09$

$d_1^- = 0.18$

$d_2^- = 0.08$

$d_3^- = 0.18$

$\mathrm{cl}_1 = 6$

$cl_2 = -0.62$

$cl_3 = 2$

$A1 > A3 > A2$

مسئله زیر را از روش AHP حل نمائید .

	C۱	C۲	C۳
C۱	۱	۵	۷
C۲	۱/۵	۱	۹
C۳	۱/۷	۱/۹	۱

C۱	r	g	e
r	۱	۴	۳
g	۱/۴	۱	۵
e	۱/۳	۱/۹	۱

C۲	r	g	e
r	۱	۵	۴
g	۱/۵	۱	۷
e	۱/۴	۱/۷	۱

C۳	r	g	e
r	۱	۴	۳
g	۱/۴	۱	۷
e	۱/۳	۱/۷	۱

	C۱	C۲	C۳	میانگین حسابی	C۲	C۱	C۲	C۳	میانگین حسابی	C۳	C۱	C۲	C۳	میانگین حسابی
C۱	۱	۵	۷		R	۱	۵	۴		R	۱	۴	۳	
C۲	۰.۲	۱	۹		G	۱/۵	۱	۷		G	۱/۴	۱	۷	
C۳	۰.۱۴	۰.۱۱	۱		E	۱/۴	۱/۷	۱		E	۱/۳	۱/۷	۱	
SUM	۱.۳۴	۶.۱۱	۱۷		R	۱	۵	۴		R	۱	۴	۳	
C۱	۰.۷۵	۰.۸۲	۰.۴۱	۰.۶۶	G	۰.۲	۱	۷		G	۰.۲۵	۱۱	۷	
C۲	۰.۱۵	۰.۱۶	۰.۵۳	۰.۲۸	E	۰.۲۵	۰.۱۴	۱		E	۰.۳۳	۰.۱۴	۱	
C۳	۰.۱۰	۰.۰۲	۰.۰۶	۰.۰۶	SUM	۱.۴۵	۶.۱۴	۱۲		SUM	۱.۵۸	۵.۱۴	۱۱	
C۱	R	G	E		R	۰.۶۹	۰.۸۱	۰.۳۳	۰.۶۱	R	۰.۶۳	۰.۷۸	۰.۲۷	۰.۵۶
R	۱	۴	۳		G	۰.۱۴	۰.۱۶	۰.۵۸	۰.۲۹	G	۰.۱۶	۰.۱۹	۰.۶۳	۰.۳۳
G	۰.۲۵	۱	۵		E	۰.۱۷	۰.۰۲	۰.۰۸	۰.۰۹	E	۰.۲۱	۰.۰۲۷	۰.۰۹	۰.۱۱
E	۰.۳۳	۲	۱											
SUM	۱.۵۸	۵.۲	۹											
R	۰.۶۳	۰.۷۷	۰.۳۳	۰.۵۸										
G	۰.۱۶	۰.۱۹	۰.۵۶	۰.۳۰										
E	۰.۲۱	۰.۰۳۸	۰.۱۱	۰.۱۲										

$$\begin{matrix} ٠.٥٨ & ٠.٦١ & ٠.٥٦ \\ ٠.٣٠ & ٠.٢٩ & ٠.٣٣ \\ ٠.١٢ & ٠.٠٩ & ٠.١١ \end{matrix} \times \begin{matrix} ٠.٦٦ \\ ٠.٢٨ \\ ٠.٠٦ \end{matrix} = \begin{matrix} ٠.٥٨ \\ ٠.٣٠ \\ ٠.١١ \end{matrix}$$

$$WSV= \begin{matrix} ٠.٧٥ & ٠.٨٢ & ٠.٤١ \\ ٠.١٥ & ٠.١٦ & ٠.٥٣ \\ ٠.١٠ & ٠.٠٢ & ٠.٠٦ \end{matrix} \times \begin{matrix} ٠.٦٦ \\ ٠.٢٨ \\ ٠.٠٦ \end{matrix} = \begin{matrix} ٠.٧٦ \\ ٠.١٧ \\ ٠.٠٩ \end{matrix}$$

$$cv_1 = \frac{0.76}{0.66} = 1.15$$

$$cv_2 = \frac{0.17}{0.28} = 0.61$$

$$cv_3 = \frac{0.09}{0.06} = 1.5$$

$$\lambda \max = \frac{1.15+0.61+1.5}{3} = 1.09$$

$$ii = \frac{1.09-3}{3-1} = -0.96$$

$$ir = \frac{-0.96}{0} = 0$$

دو مسئله زیر را از روشهای۱- تبدیل تابع هدف به محدودیت ۲- روش وزن دهی به اهداف ۳- روش اولویت مطلق ۴- روش معیار جامع حل کنید .

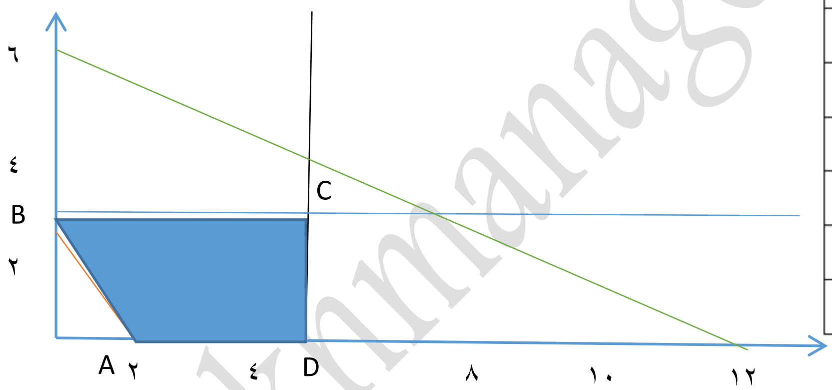
$$\min z_1 = 7x_1 - 12x_2$$
$$\max z_2 = 5x_1$$
$$\min z_3 = 7x_2$$
$$\max z_4 = 12x_1 + 9x_2$$
$$s.t$$
$$x_1 + 2x_2 \le 12$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

۱-۱ تبدیل تابع هدف به محدودیت

$$7x_1 - 12x_2$$
$$s.t$$
$$5x_1 \le 25$$
$$7x_2 \le 21$$
$$12x_1 + 9x_2 \ge 24$$
$$x_1 + 2x_2 \le 12$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

	L۱	L۲	L۳	L۴
X۱	۵	۰	۲	۱۲
X۲	۰	۳	۲.۷	۶

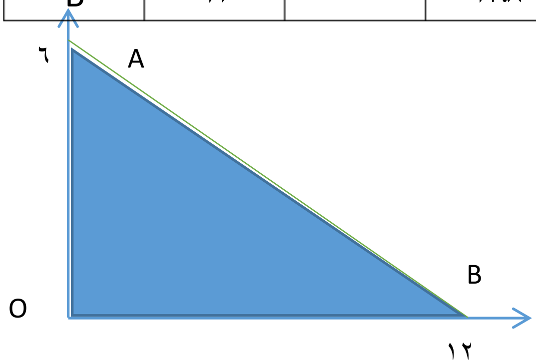
	X۱	X۲	Z۱
A	۲	۰	۱۴
B	۰	۲.۷	-۳۲.۴
C	۰	۳	-۳۶
D	۵	۲.۷	۲۶*
E	۵	۰	۳۵
Z۲			۲۵
Z۳			۱۸.۹
Z۴			۸۴.۳



۱-۲ وزن دهی به اهداف

$$\max z_1 = -7x_1 + 12x_2$$
$$\max z_2 = 5x_1$$
$$\max z_3 = -7x_2$$
$$\max z_4 = 12x_1 + 9x_2$$
$$s.t$$
$$x_1 + 2x_2 \le 12$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$
$$w1 = 0.25, w2 = 0.25, w3 = 0.25, w4 = 0.25$$

	X۱	X۲	Z۱
O	۰	۰	۰
A	۰	۶	-۱۶
B	۱۲	۰	۱۷.۸



$$\max z = 0.25\left(\frac{-7}{19}x_1 + \frac{12}{9}x_2\right) + 0.25(5x_1) + 0.25(-7x_2) + 0.25\left(\frac{12}{21}x_1 + \frac{9}{21}x_2\right)$$

$s.t$

$x_1 + 2x_2 \le 12$

$x_1, x_2 \ge 0$

۳-۱ اولویت مطلق

ترسیم همان ترسیم بالاست

	X۱	X۲	Z۱
O	۰	۰	۰
A	۰	۶	-۹۶
B	۱۲	۰	۸۴

$\max z_2 = 5x_1$

$\min z_3 = 7x_2$

$\max z_4 = 12x_1 + 9x_2$

$s.t$

$x_1 + 2x_2 \le 12$

$x_1, x_2 \ge 0$

	X۱	X۲	Z۱
O	۰	۰	۰
A	۰	۶	۰
B	۱۲	۰	۶۰

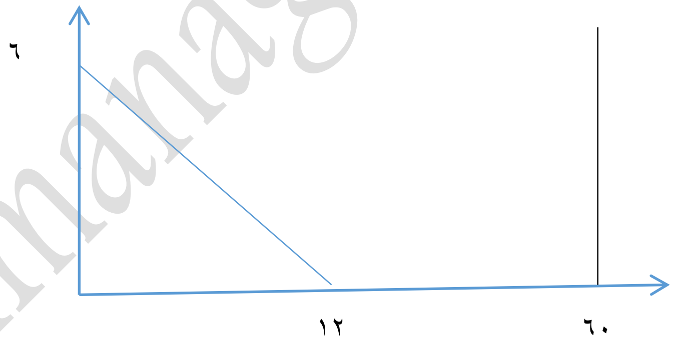
$\min z_3 = 7x_2$

$\max z_4 = 12x_1 + 9x_2$

$s.t$

$x_1 + 2x_2 \le 12$

$x_1, x_2 \ge 0$



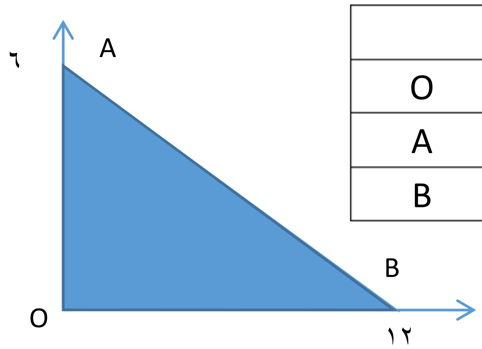
هیچ نقطه مشترکی وجود ندارد پس ادامه مسئله غیرممکن است .

$\min z_1 = 7x_1 - 12x_2$

$s.t$

$x_1 + 2x_2 \le 12$

$x_1, x_2 \ge 0$



	X۱	X۲	Z۱
O	۰	۰	۰
A	۰	۶	-۷۲
B	۱۲	۰	۸۴

$$\max z_2 = 5x_1$$
$$s.t$$
$$x_1 + 2x_2 \le 12$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$
$$z_2 = 5$$

$$\min z_3 = 7x_2$$
$$s.t$$
$$x_1 + 2x_2 \le 12$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$
$$z_3 = 0$$

$$\max z_4 = 12x_1 + 9x_2$$
$$s.t$$
$$x_1 + 2x_2 \le 12$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

	X۱	X۲	Z۴
O	۰	۰	۰
A	۰	۶	۵۴
B	۱۲	۰	۱۴۴*

$$\min z = 2 - 1.0083x_1 + 0.06x_2$$
$$s.t$$
$$x_1 + 2x_2 \le 12$$
$$x_1, x_2 \ge$$

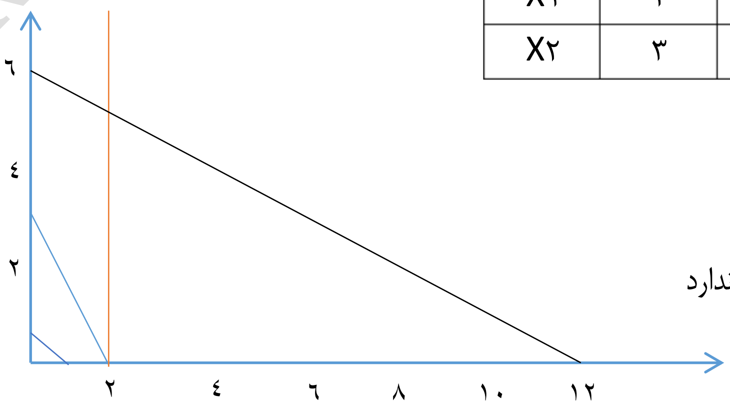
مسئله ۲ :

$$\min z_1 = x_1 + 2x_2$$
$$\max z_2 = 3x_1 + x_2$$
$$s.t$$
$$x_1 = 2$$
$$3x_1 + 4x_2 \le 3$$
$$x_1 + 2x_2 \ge 12$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

۲-۱ : تبدیل تابع هدف به محدودیت

	L۱	L۲	L۳	L۴
X۱	۲	۲	۱	۱۲
X۲	۳	۰	۰.۷۵	۶

$$\min z_1 = x_1 + 2x_2$$
$$s.t$$
$$3x_1 + x_2 \ge 6$$
$$x_1 = 2$$
$$3x_1 + 4x_2 \le 3$$
$$x_1 + 2x_2 \ge 12$$
$$x_1, x_2 \ge 00$$



نقطه مشترکی وجود ندارد

۲-۲ : وزن دهی به اهداف

$$\max z_1 = -x_1 - 2x_2$$
$$\max z_2 = 3x_1 + x_2$$
$$s.t$$
$$x_1 = 2$$
$$3x_1 + 4x_2 \le 3$$
$$x_1 + 2x_2 \ge 12$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$
$$w1 = 0.75, w2 = 0.25$$

$$\max z_1 = 0.75(\frac{-1}{3}x_1 - \frac{2}{3}x_2) + 0.25(\frac{3}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_2)$$
$$s.t$$
$$x_1 = 2$$
$$3x_1 + 4x_2 \le 3$$
$$x_1 + 2x_2 \ge 12$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

ترسیم همان ترسیم بالا و هیچ نقطه مشترکی وجود ندارد

نکته :

با توجه به اینکه هیچ نقطه مشترکی در مسئله فوق وجود ندارد از حل اولویت مطلق و معیار جامع خودداری میشود .

مقایسه برنامه ریزی آرمانی و خطی

در برنامه ریزی خطی دارای یک هدف بودیم که سطح هدف مشخص نبود در صورتی که در برنامه ریزی آرمانی این سطح را مشخص میکنند .

محدودیتهای برنامه ریزی خطی تنعطاف پذیری را از این روش گرفته بود درصورتی که در برنامه ریزی آرمانی دارای انعطاف پذیری بیشتری هستیم حل کردن برنامه ریزی خطی راهتر است و نرم افزارهای بیشتری وجود دارد اما در آرمانی کارکردن سخت است و نرم افزار زیادی وجود ندارد .

برنامه ریزی آرمانی (GP)

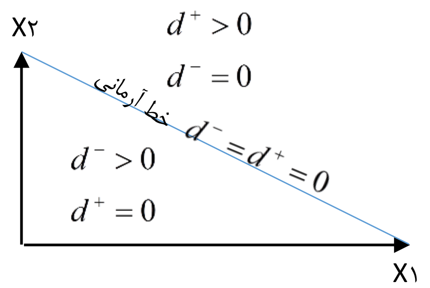
یکی از تکنیکهای تصمیم گیری با اهداف چندگانه است در برنامه ریزی خطی ما یک هدف داریم اما مقدار آن مشخص نیست اگر سطح هدف مشخص شود آن هدف را آرمان گوئیم در برنامه ریزی آرمانی سطح رسیدن به آرمان مشخص است پس در برنامه ریزی آرمانی ما میتوانیم بیش از یک آرمان داشته باشیم و در برنامه ریزی آرمانی هدف ما اینست که انحراف از آرمانها را حداقل کنیم ما ابتدا برای هر آرمان یک محدودیت مینویسیم که این محدودیتها میتواند به فرم کوچکتر مساوی یا برگتر مساوی یا مساوی باشد سطح دستیابی به آرمانها ممکن است دقیقاً حاصل نشود چنانچه انحرافی از آرمان داشته باشیم آنرا با حرف d نشان می دهیم اگر از آرمان فزونی داشته باشیم آنرا با d^+ و اگر به آرمان نرسیده باشیم آنرا با d^- نشان می دهیم .

اولویتها را با حرف p نشان میدهیم مانند p۱ – p۲ و … گاهی اوقات به این اولویتها وزن نیز میدهند مانند ۱/۲ یا ۱/۴ و …

نکته : تابع هدف همیشه min است

جدول و نمودار پائین را حتماً بیاد داشته باشید .

اضافه میشود در تابع هدف	اضافه میشود در محدودیتها	جهت محدودیتها
d^+	$d^- - d^+$	$\leq$
$d^- - d^+$	$d^- - d^+$	$=$
d^-	$d^- - d^+$	$\geq$



حالت اول : $d^+ = d^- = 0$ باشد آنگاه ما به آرمان خود دقیقاً رسیده ایم .

حالت دوم : اگر $d^+ > 0$ یا $d^- = 0$ باشد در این حالت از آرمان خود پیشی گرفته ایم .

حالت سوم : اگر $d^- > 0$ یا $d^+ = 0$ در این حالت به آرمان خود نرسیده ایم .

برای رسم یک محدودیت آرمانی ابتدا انحرافات موجود را نادیده میگیریم و معادله خط را رسم میکنیم .

مثال :

شرکتی دو نوع کالا تولید میکندa ,b که سود حاصل از آنها به ترتیب ۳ و ۲ واحد پولی است ۸ واحد از منابع اولیه در اختیار است برای تولید کالای a ۱ واحد نیاز است و برای کالای b ۲ واحد نیاز است مدیر شرکت دارای اولویتهای زیر است .

اولویت اول : کسب سودی حداقل معادل ۱۲ واحد پولی

اولویت دوم : مصرف ماده مورد نظر ۸ باشد .

اولویت سوم : از کالای نوع دوم ۶ عدد بیشتر تولید نشود (حداکثر شش عدد)

مدل آرمانی مسئله را بنویسید و با استفاده از روش ترسیمی آنرا حل کنید .

$$\min z = p_1 d_1^- + p_2 d_2^+ + p_3\left(d_3^- + d_3^+\right)$$
$$3x_1 + 2x_2 \geq 12$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 8$$
$$x_2 = 6$$

$$3x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 12$$
$$x_1 + 2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 8$$
$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 6$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$
$$d_i^+, d_i^- \geq 0$$
$$i = 1, 2, 3$$

مسئله :

الف : در صورتی که حداقل مورد نیاز مورد انتظار f۱ برابر ۱۰۰ در نظر گرفته شود جواب بهینه مساله را بیابید .

ب : اگر f۲ دارای اولویت بیشتری از f۱ باشد مساله را با استفاده از روش اولویت مطلق حل کنید .

ج : مساله را با استفاده از روش معیار جامع حل کنید .

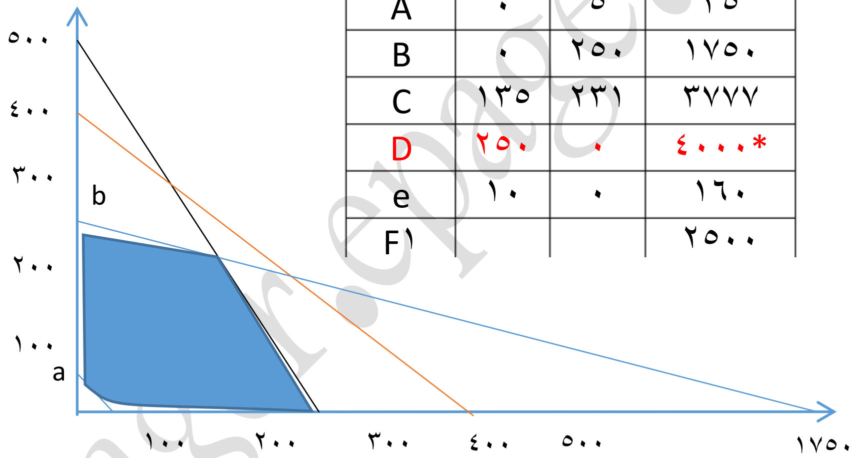
$$\max\ f_1 = 10x_1 + 20x_2$$
$$\max\ f_2 = 16x_1 + 7x_2$$
$$s.t$$
$$10x_1 + 5x_2 \le 2500$$
$$5x_1 + 5x_2 \le 2000$$
$$x_1 + 7x_2 \le 1750$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

جواب الف : تبدیل تابع هدف به محدودیت

$$\max f_2 = 16x_1 + 7x_2$$
$$s.t$$
$$10x_1 + 20x_2 \ge 100$$
$$10x_1 + 5x_2 \le 2500$$
$$5x_1 + 5x_2 \le 200$$
$$x_1 + 7x_2 \le 1750$$

نقاط موجه	X۱	X۲	F۲
A	۰	۵	۳۵
B	۰	۲۵۰	۱۷۵۰
C	۱۳۵	۲۳۱	۳۷۷۷
D	۲۵۰	۰	۴۰۰۰*
e	۱۰	۰	۱۶۰
F۱			۲۵۰۰

	L۱	L۲	L۳	L٤
X۱	۱۰	۲۵۰	٤۰۰	۱۷۵۰
X۲	۵	۵۰۰	٤۰۰	۲۵۰

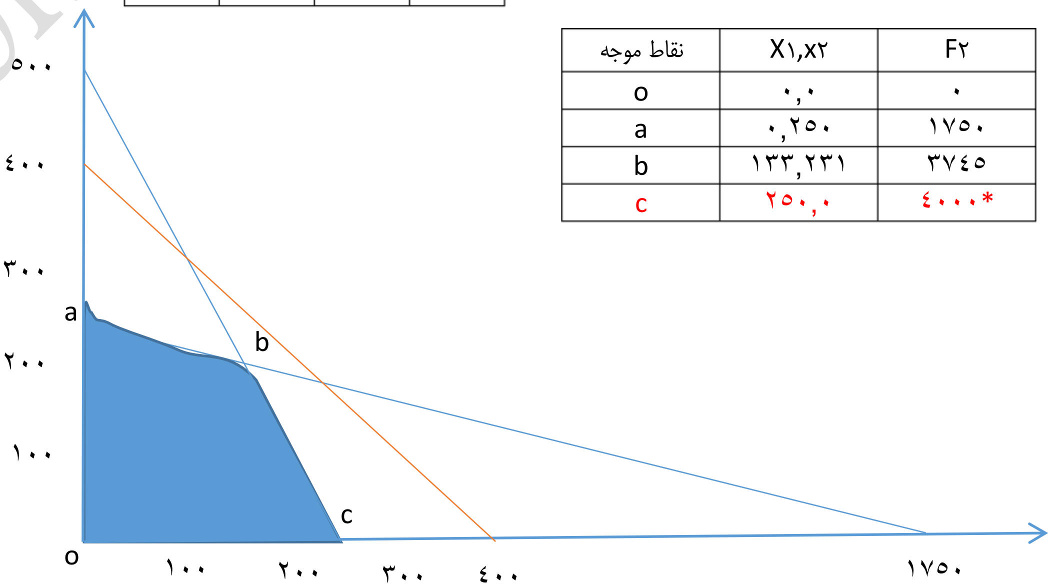


جواب ب : اولویت مطلق

$$\max f_2 = 16x_1 + 7x_2$$
$$s.t$$
$$10x_1 + 5x_2 \le 2500$$
$$5x_1 + 5x_2 \le 2000$$
$$x_1 + 7x_2 \le 1750$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

X۱	۲۵۰	٤۰۰	۱۷۵۰
X۲	۵۰۰	٤۰۰	۲۵۰

نقاط موجه	X۱,x۲	F۲
o	۰,۰	۰
a	۰,۲۵۰	۱۷۵۰
b	۱۳۳,۲۳۱	۳۷٤۵
c	۲۵۰,۰	٤۰۰۰*

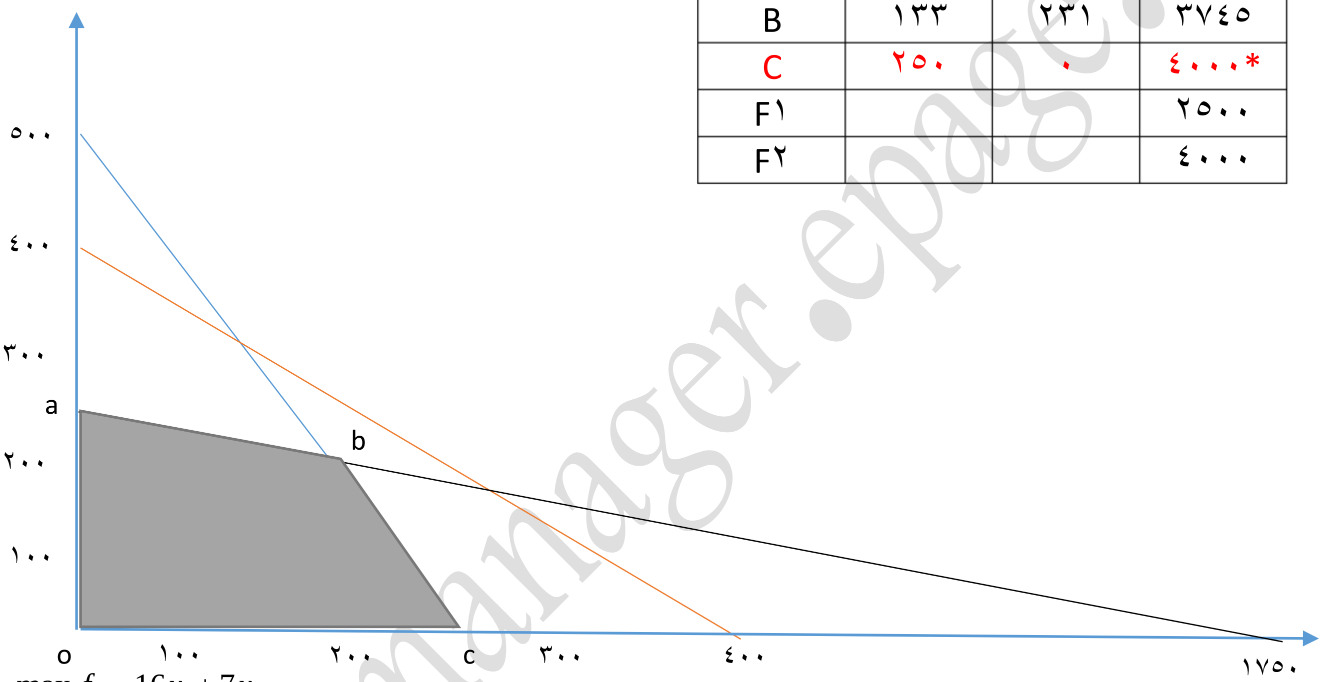


جواب ج : روش معیار جامع

$$\max\ f_1 = 10x_1 + 20x_2$$
$$s.t$$
$$10x_1 + 5x_2 \le 2500$$
$$5x_1 + 5x_2 \le 2000$$
$$x_1 + 7x_2 \le 1750$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

	L١	L٢	L٣
X١	٢٥٠	٤٠٠	١٧٥٠
X٢	٥٠٠	٤٠٠	٢٥٠

	X١	X٢	F١
O	٠	٠	٠
A	٠	٢٥٠	١٧٥٠
B	١٣٣	٢٣١	٣٧٤٥
C	٢٥٠	٠	٤٠٠٠*
F١			٢٥٠٠
F٢			٤٠٠٠



$$\max\ f_2 = 16x_1 + 7x_2$$
$$s.t$$
$$10x_1 + 5x_2 \le 2500$$
$$5x_1 + 5x_2 \le 2000$$
$$x_1 + 7x_2 \le 1750$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

جواب f٢ در همان جدول بالا لحاظ گردیده است .

$$\min z = \frac{2500-(10x_1+20x_2)}{2500} + \frac{4000-(16x_1+7x_2)}{4000}$$

$s.t$

$10x_1 + 5x_2 \le 2500$

$5x_1 + 5x_2 \le 2000$

$x_1 + 7x_2 \le 1750$

$x_1, x_2 \ge 0$

$$\min z = 1 - \frac{x_1}{1500} - \frac{2x_2}{1500} + \frac{1-16x_1-7x_2}{4000}$$

$$1 - \frac{x_1}{1500} - \frac{2x_2}{1500} + 1 - \frac{16x_1}{4000} - \frac{7x_2}{4000}$$

$$2 - 0.0007x_1 - 0.00133x_2 - 0.004x_1 - 0.00175x_2$$

$$\min z = 2 - 0.0047x_1 - 0.00308x_2$$

$s.t$

$10x_1 + 5x_2 \le 2500$

$5x_1 + 5x_2 \le 2000$

$x_1 + 7x_2 \le 1750$

$x_1, x_2 \ge 0$

با استفاده از روش اولویت مطلق و معیار جامع این دو مسئله را حل کنید .

۱-۱ حل از روش اولویت مطلق(f۱ اولویت اول)

$\max f_1 = 4x_1 + x_2$

$\max f_2 = x_2$

$s.t$

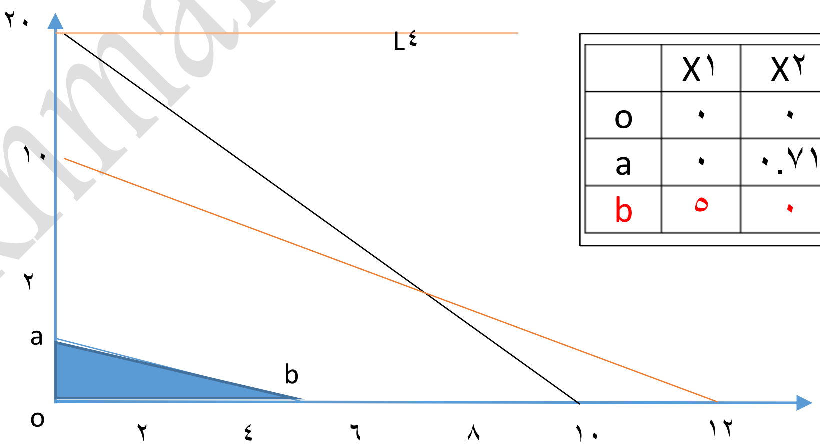
$20x_1 + 10x_2 \le 200$

$5x_1 + 6x_2 \le 60$

$x_1 + 7x_2 \le 5$

$x_1, x_2 \ge 0$

	L۱	L۲	L۳
X۱	۱۰	۱۲	٥
X۲	۲۰	۱۰	۰.۷۱



	X۱	X۲	F۱
o	۰	۰	۰
a	۰	۰.۷۱	۰.۷۱
b	٥	۰	۲۰*

$\max\ f_1 = 4x_1 + x_2$

$s.t$

$20x_1 + 10x_2 \le 200$

$5x_1 + 6x_2 \le 60$

$x_1 + 7x_2 \le 5$

$x2 = 20$

$x_1, x_2 \ge 0$

با توجه ترسیم ۲۰=X۲ در نمودار بالا هیچ نقطه بهینه ای وجود ندارد .

۲- ۱حل از روش معیار جامع

$$\max\ f_1 = 4x_1 + x_2$$
$$\max\ f_2 = x_2$$
$$s.t$$
$$20x_1 + 10x_2 \le 200$$
$$5x_1 + 6x_2 \le 60$$
$$x_1 + 7x_2 \le 5$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

	X۱	X۲	F۱
o	۰	۰	۰
a	۰	۰.۷۱	۰.۷۱
b	۵	۰	۲۰*

	X۱	X۲	F۲
o	۰	۰	۰
a	۰	۰.۷۱	۰
b	۵	۰	۵*

$$\max\ f_1 = 4x_1 + x_2$$
$$s.t$$
$$20x_1 + 10x_2 \le 200$$
$$5x_1 + 6x_2 \le 60$$
$$x_1 + 7x_2 \le 5$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

نکته : ترسیم همان ترسیم بالاست بدون در نظر گرفتن ال۴

$$\max\ f_2 = x_2$$
$$s.t$$
$$20x_1 + 10x_2 \le 200$$
$$5x_1 + 6x_2 \le 60$$
$$x_1 + 7x_2 \le 5$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

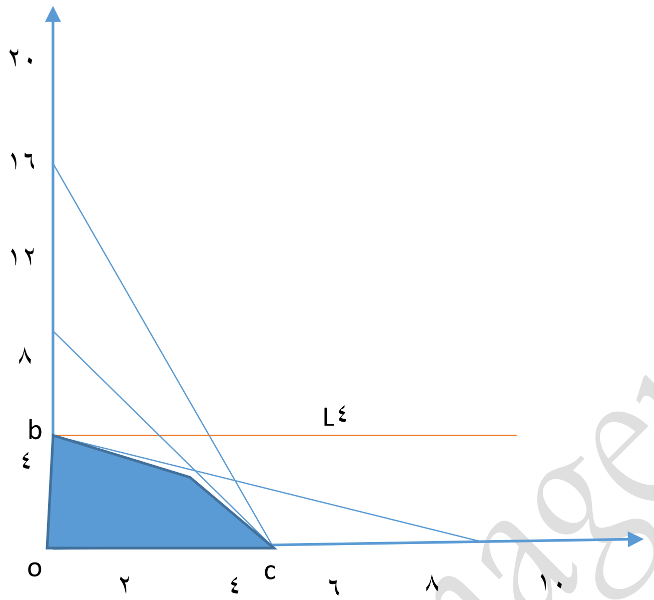
$$\max z = 2 - 0.2x_1 - 0.25x_2$$
$$s.t$$
$$20x_1 + 10x_2 \le 200$$
$$5x_1 + 6x_2 \le 60$$
$$x_1 + 7x_2 \le 5$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

۱-۲ حل از روش اولویت مطلق (f۱ اولویت اول)

$$\max\ f_1 = x_1$$
$$\max\ f_2 = x_2$$
$$s.t$$
$$3x_1 + x_2 \le 16$$
$$x_1 + 2x_2 \le 9$$
$$2x_1 + x_2 \le 9$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

	L۱	L۲	L۳
X۱	۵.۳۳	۹	٤.۵
X۲	۱٦	٤.۵	۹

	X۱	X۲	F۱
o	۰	۰	۰
a	۰	٤.۵	۰
b	۲.۲۵	٤.۵	۲.۲۵
c	٤.۵	۰	٤.۵



$$\max\ f_1 = x_1$$
$$s.t$$
$$20x_1 + 10x_2 \le 200$$
$$5x_1 + 6x_2 \le 60$$
$$x_1 + 7x_2 \le 5$$
$$x_2 = 4.5$$
$$x_1, x_2 \ge$$

	X۱	X۲	F۲
a	۰	٤.۵	۰
b	۲.۲۵	٤.۵	٤.۵*

۲-۱ حل از روش معیار جامع

	X۱	X۲	F۱
o	۰	۰	۰
a	۰	٤.٥	۰
b	۲.۲٥	٤.٥	۲.۲٥
c	٤.٥	۰	٤.٥*

	L۱	L۲	L۳
X۱	٥.۳۳	۹	٤.٥
X۲	۱٦	٤.٥	۹

	X۱	X۲	F۲
o	۰	۰	۰
a	۰	٤.٥	٤.٥
b	۲.۲٥	٤.٥	٤.٥*
c	٤.٥	۰	۰

$$\begin{aligned}&\max\ f_1 = x_1\\&\max\ f_2 = x_2\\&s.t\\&3x_1 + x_2 \le 16\\&x_1 + 2x_2 \le 9\\&2x_1 + x_2 \le 9\\&x_1, x_2 \ge 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\max\ f_1 = x_1\\&s.t\\&3x_1 + x_2 \le 16\\&x_1 + 2x_2 \le 9\\&2x_1 + x_2 \le 9\\&x_1, x_2 \ge 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\max\ f_2 = x_2\\&s.t\\&3x_1 + x_2 \le 16\\&x_1 + 2x_2 \le 9\\&2x_1 + x_2 \le 9\\&x_1, x_2 \ge 0\end{aligned}$$

نکته : ترسیم همان ترسیم بالاست .

$$\begin{aligned}&\min z = 2 - 0.22\,x_1 - 0.22x_2\\&s.t\\&3x_1 + x_2 \le 16\\&x_1 + 2x_2 \le 9\\&2x_1 + x_2 \le 9\\&x_1, x_2 \ge 0\end{aligned}$$

مدل برنامه ریزی آرمانی زیر را بنویسید.

کارخانه ای در نظر دارد برای تکمیل نیروی انسانی مورد نیاز دو کارگاه a و b که شامل کارگران ماهر و نیمه ماهر و ساده است را استخدام کند تعداد کارگران مورد نیاز برای کارگاه a برابر ۱۰۰ و برای کارگاه b برابر ۵۰ است ، طبیعت کار ایجاد میکند که ۸۰٪ کارکنان کارگاه a و ۴۰٪ کارکنان b متخصص باشند تعداد کارگران ماهر متقاضی کار بر اساس آگهی استخدام در حال حاضر ۱۲۰ نفر و کارگران نیمه ماهر و ساده به ترتیب ۸۰ و ۳۰ نفر است دستمزد کارگر ماهر برای هر ساعت کار ۶ واحد پولی ، نیمه ماهر ۳ واحد پولی ، ساده ۲ واحد پولی است ، بودجه در دسترس برای کارگران کارگاه a برابر ۱۲۰۰ و کارگاه b برابر ۹۰۰ در نظر گرفته شده اولویت کارخانه به شرح زیر در نظر گرفته شئه است .

P۱ : استخدام ۱۰۰ عدد کارگر برای کارگاه a و ۵۰ نفر برای کارگاه b

P۲ : استخدام حداقل ۸۰٪ نیروی کار انسانی ماهر برای کارگاه a

P۳ : استخدام حداقل ۴۰٪ نیروی کار انسانی ماهر برای کارگاه b

P٤ : عدم تجاوز از بودجه استخدامی تعیین شده برای هر کارگاه

کارگاه	ساده	نیمه ماهر	ماهر	تعداد کارگر	متخصص	بودجه
A	Xa۳	Xa۲	Xa۱	۱۰۰	۸۰	۱۲۰۰
B	Xb۳	Xb۲	Xb۱	۵۰	۲۰	۹۰۰
	۳۰	۸۰	۱۲۰	متقاضی		
	۲	۳	۶	دستمزد		

$$\min z = p_1(d_1^+ + d_1^-) + p_1(d_2^+ + d_2^-) + \mathrm{p}_2\, d_3^- + p_4 d_5^+ + p_4 d_6^+$$

$$p_1 = \begin{cases} x_{a1} + x_{a2} + x_{a3} = 100 & \color{red}{d۱} \\ x_{b1} + x_{b2} + x_{b3} = 50 & \color{red}{d۲} \end{cases}$$

d۳ $p_2 = x_{a1} \geq 80$

d۴ $p_3 x_{b1} \geq 20$

$$p_4 = \begin{cases} 6x_{b1} + 3x_{b2} + 2x_{b3} \leq 900 & \color{red}{d۵} \\ 6x_{a1} + 3x_{a2} + 2x_{a3} \leq 1200 & \color{red}{d۶} \end{cases}$$

محدودیتهای آرمانی

$$x_{a1} + x_{b1} \leq 120$$
$$x_{a2} + x_{b2} \leq 80$$
$$x_{a3} + x_{b3} \leq 30$$

محدودیتهای سیستمی

$$x_{a1} + x_{a2} + x_{a3} + d_1^- + d_1^+ = 100$$
$$x_{b1} + x_{b2} + x_{b3} + d_2^- + d_2^+ = 50$$
$$x_{a1} + d_3^- + d_3^+ = 80$$
$$x_{b1} + d_4^- + d_4^+ = 20$$
$$6x_{b1} + 3x_{b2} + 2x_{b3} + d_5^- + d_5^+ = 900$$
$$6x_{a1} + 3x_{a2} + 2x_{a3} + d_6^- + d_6^+ = 1200$$
$$x_{ai}, x_{bi}, d_i^{\pm} \geq 0$$

یک شرکت تولید کننده رایانه دو نوع درایو از نوع xt۱۰۰ و ddⅡ تولید میکند برای مونتاژ xt۱۰۰ ۸ دقیقه در کارگاه اول و برای تولید ddⅡ ۳ دقیقه زمان درکارگاه دوم نیاز داریم به همین صورت تولید ddⅡ در کارگاه ۶ دقیقه و تولید xt۱۰۰ ۴ دقیقه زمان نیاز است ، سود هر درایو xt۱۰۰ برابر ۴۰ واحد پولی و ddⅡ برابر ۶۰ واحد پولی است ، زمان استفاده از کارگاه اول ۶۰ ساعت و کارگاه دوم ۴۰ ساعت در هفته است این شرکت اخیراً قراردادی برای تولید ۴۰۰ واحد دریاو xt۱۰۰ امضاء کرده است تقاضا برای ddⅡ معادل ۶۰۰ عدد است ، مدیریت شرکت مجموعه آرمانهای زیر را مشخص کرده است مسئله را فرموله کنید .

P۱ : تولید حداقل ۴۰۰ عدد درایو xt۱۰۰

P۲ : استفاده از تمامی ظرفیت کارگاههای مونتاژ

P۳ : استفاده از حداکثر ۲۰ ساعت اضافه کاری در کارگاه ۲

P٤ : استفاده نکردن از ظرفیت اضافه کاری در کارگاه ۱

P۵ : کسب سودی معادل ۶۰۰۰۰۰ واحد پولی

$$p_1 = x_1 \geq 400$$

$$p_2 = \begin{Bmatrix} 8x_1 + 6x_2 = 3600 \\ 3x_1 + 4x_2 = 2400 \end{Bmatrix}$$

$$p_3 = 3x_1 + 4x_2 \leq 1200 + 2400$$

$$p_4 = 8x_1 + 6x_2 \leq 3600$$

$$p_5 = 40x_1 + 60x_2 = 600000$$

$$x_2 = 600$$

$$\min z = p_1 d_1^+ + p_2(d_2^- + d_2^+) + p_2(d_3^- + d_3^+) + p_3 d_4^+ + p_4 d_5^+ + p_5(d_6^- + d_6^+)$$

$$s.t$$

$$x2 = 600$$

$$p_1 = x_1 + d_1^- - d_1^+ = 400$$

$$p_2 = \begin{Bmatrix} 8x_1 + 6x_2 + d_2^- - d_2^+ = 3600 \\ 3x_1 + 4x_2 + d_3^- - d_3^+ = 2400 \end{Bmatrix}$$

$$p3 = 3x_1 + 4x_2 + d_4^- - d_4^+ = 3600$$

$$p_4 = 8x_1 + 6x_2 + d_5^- - d_5^+ = 3600$$

$$p_5 = 40x_1 + 60x_2 + d_6^- - d_6^+ = 600000$$

$$x_1, x_2, d_i^{\pm} \geq 0$$

روش حل مسائل آرمانی

از دو روش ترسیمی و روش سیمپلکس

در یک مسئله آرمانی ما دارای یک تابع هدف هستیم که اولویت بندی آرمانها را مشخص میکند و دارای دو نوع محدودیت میباشیم محدودیتهای سیستمی و محدودیتهای آرمانی که در ابتدا میبایست محدودیتهای سیستمی را مورد بررسی قرار دهیم و پس از آن به به محدودیتهای آرمانی بپردازیم جزئیات بیشتر در مثال زیر .

مسئله آرمانی زیر را با استفاده از روش ترسیمی حل کنید .

$$\min z = p_1 d_1^- + p_2 d_2^+ + p_3 d_3^+ + p_4 d_4^-$$

$s.t$

$L = 14X_1 + 10x_2 \overset{\geq}{=} 140$ استفاده از ماشین آلات بر حسب ساعت

$L_1 = 30x_1 + 70x_2 + d_1^- - d_1^+ \overset{\geq}{=} 420$ سود بر حسب میلیون ریال

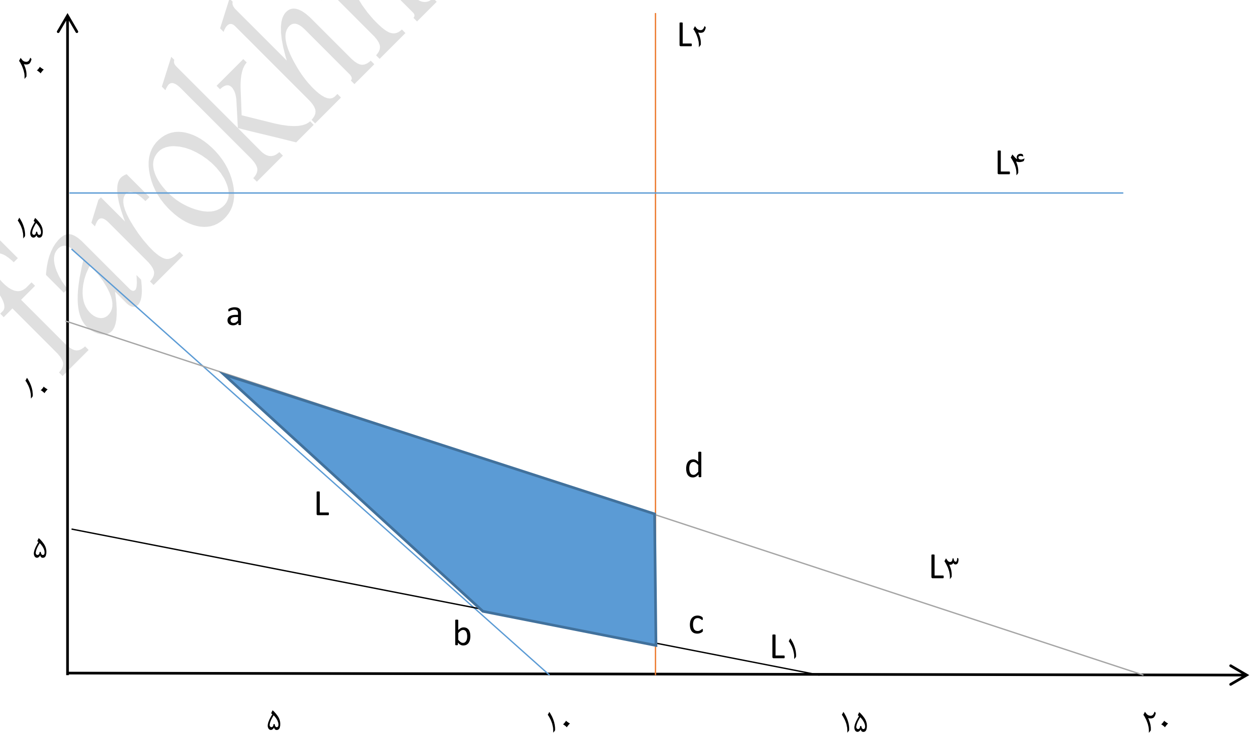
$L_2 = x_1 + d_2^- - d_2^+ \overset{\leq}{=} 12$ حداکثر تقاضای محصول ۱ بر حسب تن

$L_3 = 300x_1 + 500x_2 + d_3^- - d_3^+ \overset{\leq}{=} 6000$ بودجه بر حسب میلیون ریال

$L_4 = x_2 + d_4^- - d_4^+ \overset{\geq}{=} 16$ حداقل تقاضای محصول ۲ بر حسب تن

$x_{ij}, d_{ij}^-, d_{ij}^+ \geq 0$

	L	L۱	L۲	L۳	L۴
X۱	۱۰	۱۴	۱۲	۲۰	۰
X۲	۱۴	۶	۰	۱۲	۱۶



نقطه ای جواب است که به l۴ نزدیکتر است پس نقطه a جواب است

روش بدست آوردن نقطه $d=\sqrt{(y-y_0)^2+(x-x_0)^2}$

در تابع l۱ چون d۱ در تابع هدف d^- آمده پس $x\geq 0$

$$-50\left\{\begin{array}{l}14x_1+10x_2=140\\300x_1+50x_2=6000\end{array}\right\}\Rightarrow x_1=2.5, x_2=10.5$$

چون d۱- بالای خط l۱ میباشد پس d۱- صفر است

$$l_1=30(2.5)+70(10.5)+\cancel{d_1^-}-d_1^+=420$$

$$d_1^+=390$$

سود معادل ۸۱۰ شده ما بیشتر از هدف سود کسب کرده ایم

$$l_2=2.5+d_2^-+\cancel{d_2^+}=12$$

$$d_2^+=9.5$$

$$12-9.5=2.5$$

تقتاضای ما ۲.۵ شده و به هدف خود که ۱۲ بوده نرسیده ایم

$$l_3=300(2.5)+500(10.5)+\cancel{d_3^-}+\cancel{d_3^+}=6000$$

چون هر دو روی خط است هر دو صفر است و تمام بودجه جذب شده است

$$l_4=10.5+d_4^-+\cancel{d_4^+}=16$$

$$d_4^-=5.5$$

$$16-5.5=10.5$$

تن تقاضای محصول ۲

$$l=14(2.5)+10(10.5)=140$$

محدودیت سیستمی

کاملاً از ساعتکار ماشینها استفاده شده است

$$\min z = p_1 d_3^+, p_1 d_3^-, p_2 d_4^+, p_2 d_4^-$$

$s.t$

$$L_1 = 20X_1 + 40x_2 + d_1^- - d_1^+ \overset{\geq}{=} 2000$$

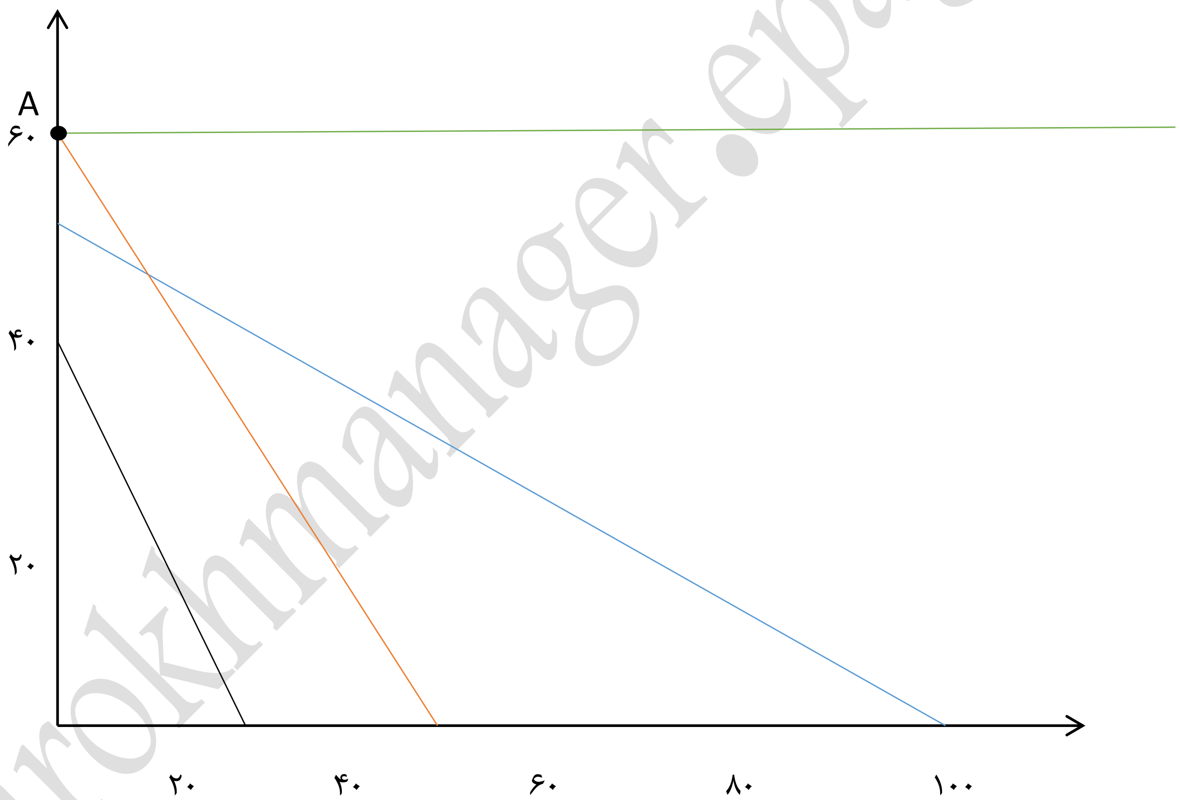
$$L_2 = 32x_1 + 20x_2 + d_2^- - d_2^+ \overset{\geq}{=} 800$$

$$L_3 = 24x_1 + 20x_2 + d_3^- - d_3^+ \overset{=}{=} 1200$$

$$L_4 = x_2 + d_4^- - d_4^+ \overset{=}{=} 60$$

$$x_{ij}, d_{ij}^-, d_{ij}^+ \geq 0$$

	L۱	L۲	L۳	L۴
X۱	۱۰۰	۲۵	۵۰	۰
X۲	۵۰	۴۰	۶۰	۶۰



$$l_1 = 20(0) + 40(60) + d_1^- + d_1^+ = 200$$

$$d_1^+ = 400$$

$$l_2 = 32(0) + 30(60) + d_2^- + d_2^+ = 800$$

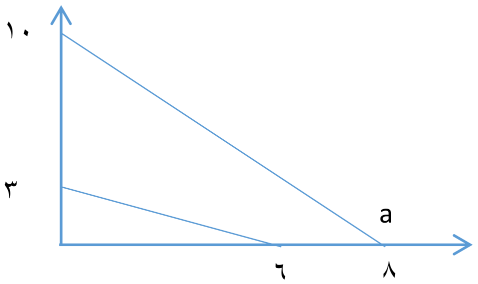
$$d_2^+ = 400$$

D۳ و D۴ چون روی خط میباشد پس هر دو صفر میباشد .

۵-۵

الف:

$$\min z = d^-$$
$$12.5x_1 + 10x_2 + d_1^- + d_1^+ \overset{\ge}{=} 100$$
$$x_2 + 2x_2 \le 6$$
$$x_1, x_2, d_1, d_2 \ge 0$$



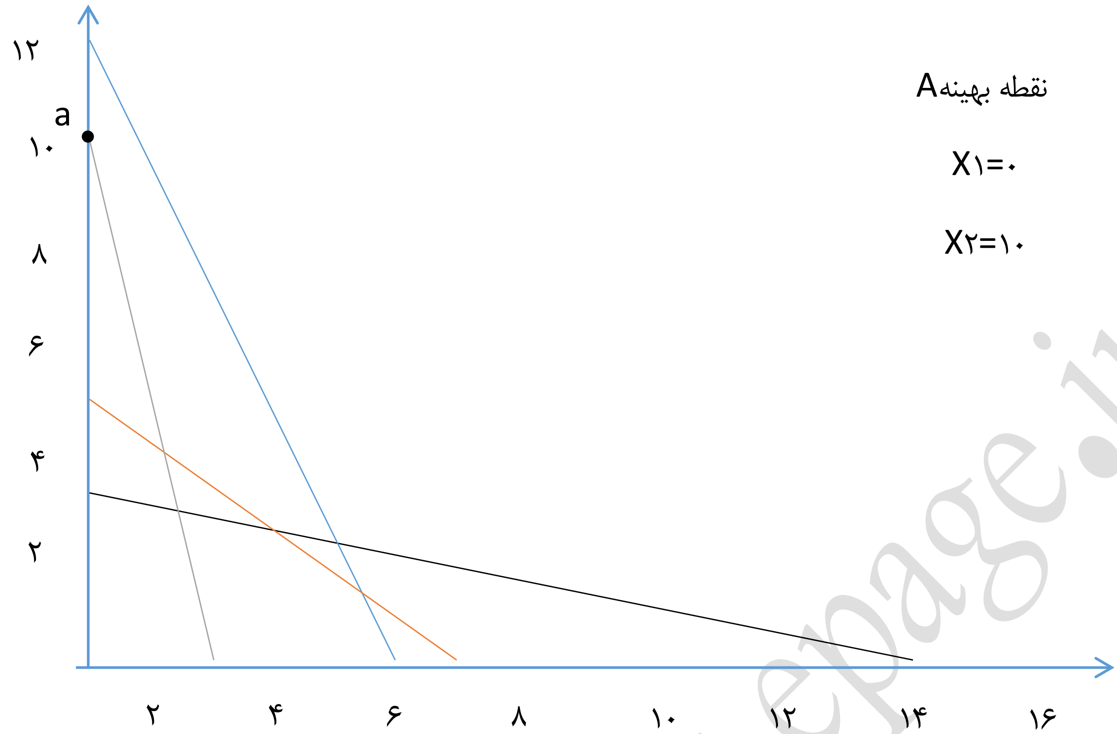
	L۲	L۱
X۱	۸	۶
X۲	۱۰	۳

Aجواب بهینه است با توجه به اینکه مجدودیت آرمانی بزرگتر و مساوی است و محدودیت سیبستمی کوچکتر و مساوی است .

ب:

$$\min z = d_1^-, d_3^-, d_2^-$$
$$3x_1 + 14x_2 + d_1^- + d_1^+ \overset{\ge}{=} 42$$
$$10x_1 + 5x_2 + d_2^- + d_2^+ \overset{\ge}{=} 60$$
$$5x_1 + 7x_2 + d_3^- + d_3^+ \overset{\ge}{=} 35$$
$$100x_1 + 40x_2 \le 400$$
$$x_1, x_2, d_1, d_2 \ge 0$$

	L۱	L۲	L۳	L۴
X۱	۱۴	۶	۷	۴
X۲	۳	۱۲	۵	۱۰



نقطه بهینه A

X۱=۰

X۲=۱۰

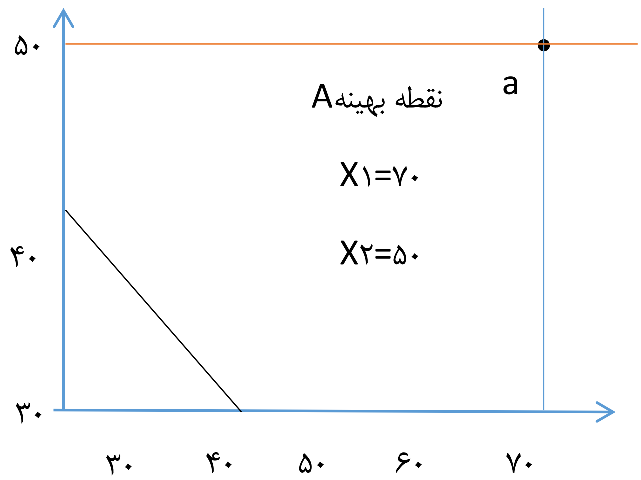
$d_1^- = d_1^+ = 0$

$l_2 = 10(0) + 5(10) - d_2^+ = 42 \rightarrow d_2^+ = 18$

$l_3 = 5(0) + 7(12) + d_3^- = 35 \rightarrow d_3^- = 49$

ج:

$$\min z = p_1 d_1^-, p_2 d_2^-, p_3 d_3^-$$
$$x_1 + x_2 + d_1^- + d_1^+ \overset{\geq}{=} 42$$
$$x_1 + d_2^- + d_2^+ \overset{\geq}{=} 70$$
$$x_2 + d_3^- + d_3^+ \overset{\geq}{=} 50$$
$$x_1, x_2, d_1, d_2 \geq 0$$



نقطه بهینه A

X۱=۷۰

X۲=۵۰

	L۱	L۲	L۳
X۱	۴۲	۷۰	۰
X۲	۴۲	۰	۵۰

$d_2^- = d_2^+ = 0$

$d_3^- = d_3^+ = 0$

$l_1 = 70 + 50 + d_1^- = 42 \rightarrow d_1^- = 80$

د:

$$\min z = p_1 d_1^+, p_2 d_2^+, p_3 d_3^-$$

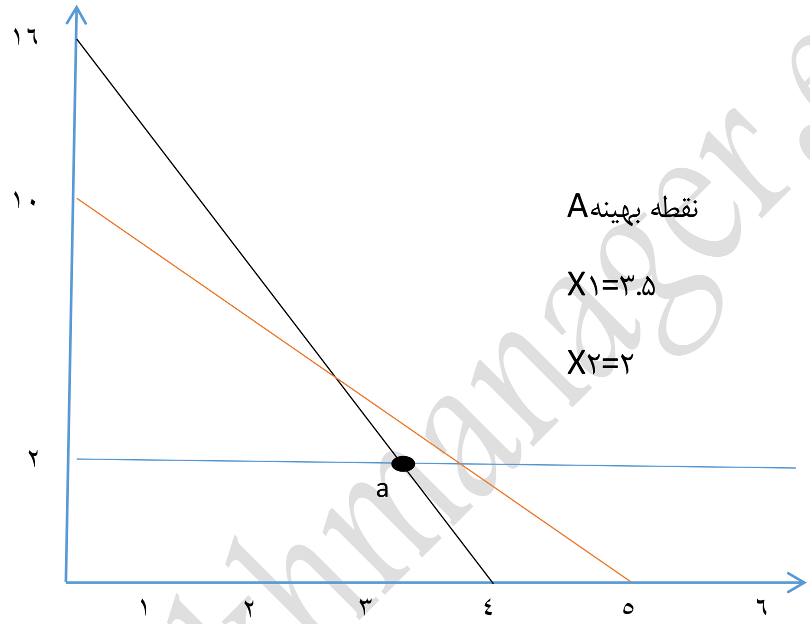
$$2x_1 + 1/2x_2 - d_1^+ + d_1^- \overset{\le}{=} 8$$

$$2x_2 - d_2^+ + d_2^- \overset{\le}{=} 4$$

$$8x_1 + 4x_2 - d_3^+ + d_3^- \overset{\ge}{=} 40$$

$$x_1, x_2, d_1, d_2 \ge 0$$

	L۱	L۲	L۳
X۱	۴	۰	۵
X۲	۱۶	۲	۱۰



$$d_1^- = d_1^+ = 0$$

$$d_2^- = d_2^+ = 0$$

$$l_3 = (8 \times 35) + (4 \times 2) + d_3^+ = 40 \rightarrow d_3^+ = 4$$

:۵

$$\min z = p_1 d_4^+ , 6\mathrm{p}_2 d_3^- , 7.5\mathrm{p}_2 d_2^- , p_3 d_1^-$$

$$x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ \overset{\geq}{=} 10$$

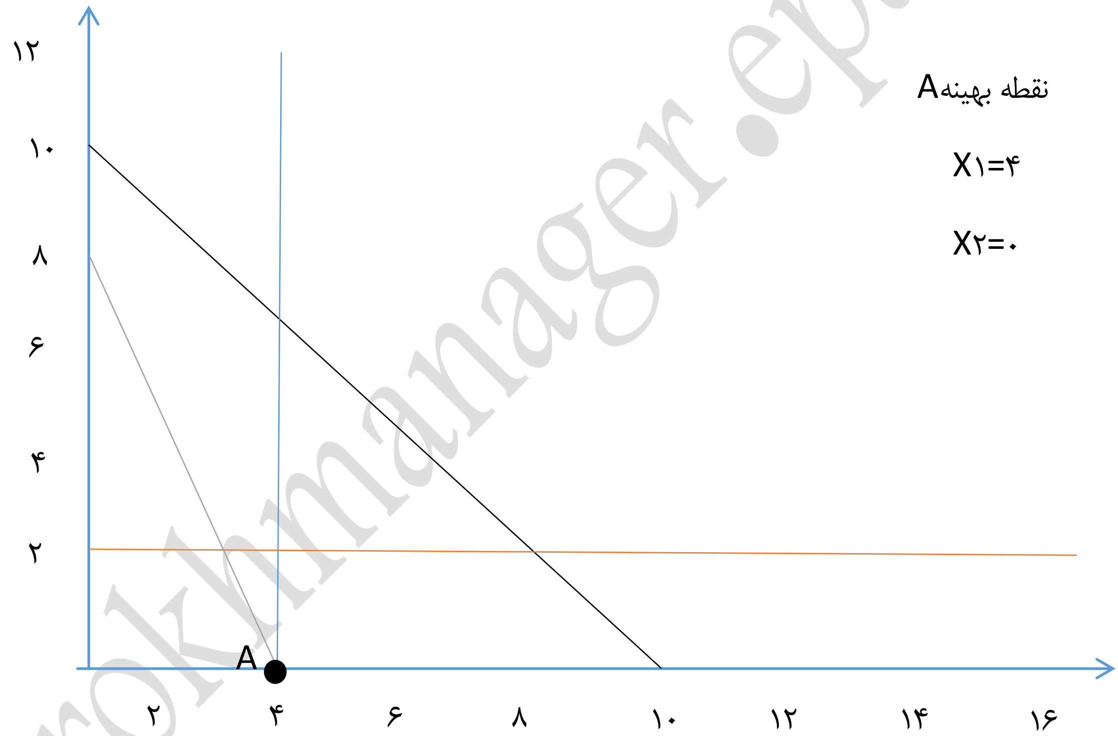
$$x_1 + d_2^- - d_2^+ \overset{\geq}{=} 4$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ \overset{\geq}{=} 2$$

$$2x_1 + x_2 + d_4^- - d_4^+ \overset{\leq}{=} 8$$

$$x_1 , x_2 , d_1 , d_2 \geq 0$$

	L۱	L۲	L۳	L۴
X۱	۱۰	۴	۰	۴
X۲	۱۰	۰	۲	۸



$$d_2^+ = d_2^- = 0$$

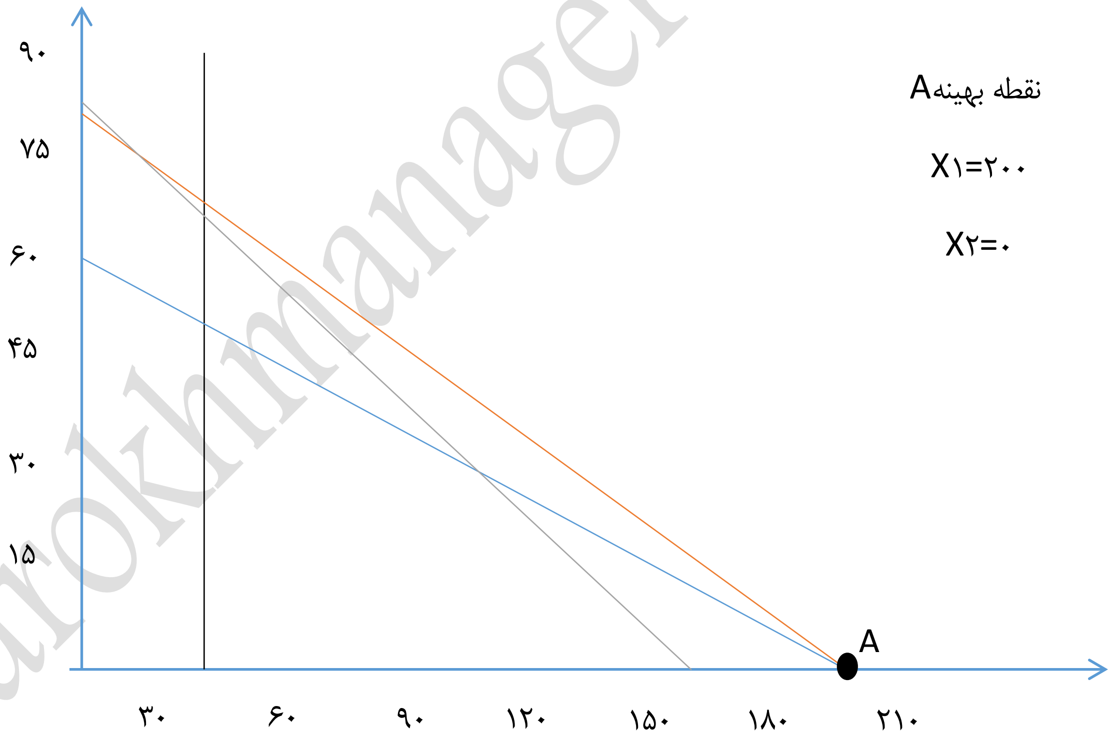
$$d_4^+ = d_4^- = 0$$

$$l_1 = 4 + 0 + d_1^- - d_1^+ = 10 \rightarrow d_1^- = 6$$

$$l_3 = 0 + d_3^- - d_3^+ = 2 \rightarrow d_3^- = 2$$

$$\min z = p_1 d_1^-, p_2 d_2^+$$
$$x_2 \leq 40$$
$$1.2x_1 + 4x_2 \leq 240$$
$$200x_1 + 500x_2 + d_1^- - d_1^+ \overset{\geq}{=} 40000$$
$$0.5x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ \overset{\leq}{=} 81$$
$$x_1, x_2, d_1, d_2 \geq 0$$

	L۱	L۲	L۳	L۴
X۱	۰	۲۰۰	۲۰۰	۱۶۲
X۲	۴۰	۶۰	۸۰	۸۱



نقطه بهینهA

X۱=۲۰۰

X۲=۰

$$d_1^+ = d_1^- = 0$$
$$l_2 = 0.5(200) + 0 + d_1^- - d_1^+ = 81 \rightarrow d_2^+ = 19$$

$$\min z = p_1 d_3^+, \mathrm{p}_1 d_3^-, p_2 d_4^+, p_2 d_4^-$$

$$10x_1 + 20x_2 + d_1^- - d_1^+ = 1000$$

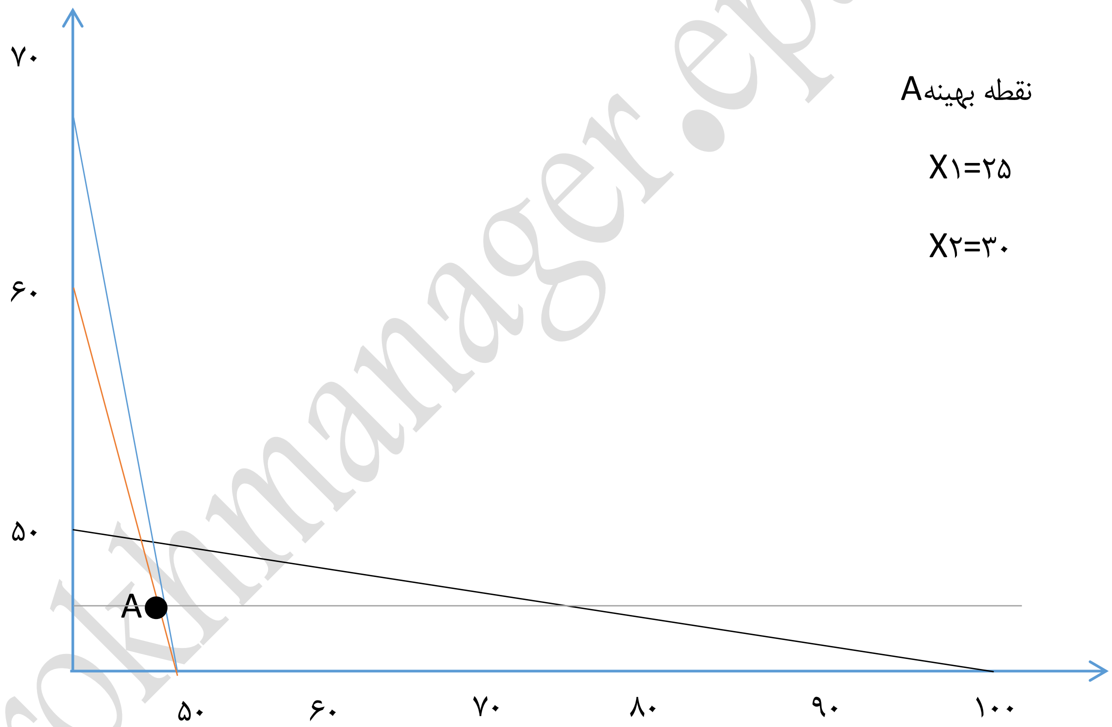
$$16x_1 + 12x_2 + d_2^- - d_2^+ = 800$$

$$12x_1 + 10x_2 - d_3^+ + d_3^- = 600$$

$$x_2 - d_4^+ + d_4^- = 30$$

$$x_1, x_2, d_1, d_2 \geq 0$$

	L۱	L۲	L۳	L۴
X۱	۱۰۰	۵۰	۵۰	۰
X۲	۵۰	۶۷	۶۰	۳۰



$$d_1^+ = d_1^- = 0$$

$$d_4^+ = d_4^- = 0$$

$$l_1 = 10(25) + 20(30) + d_1^- - d_1^+ = 1000 \rightarrow d_2^- = 150$$

$$l_2 = 16(25) + 12(30) + d_2^- - d_2^+ = 800 \rightarrow d_2^- = 40$$

مسئله :

تقاضا برای محصول تولیدی کارخانه ای به حدی است که تولید محصول در نوبت عادی تولید جوابگو نبوده و علاوه بر تولید عادی راهکارهای ذیل به مدیریت پیشنهاد شده است:

۰-استفاده از ساعات اضافه کاری با هزینه ای معادل ۱۰۰٪ هزینه ساعات اداری

۲-انعقاد قراردادهای جانبی

۳-استخدام موقت کارگر

داده های دیگر مورد نیاز در جدول ذیل ارائه شده است.

<table>
<tr><td></td><td>تولید عادی</td><td>تولید اضافه کاری</td><td>قراداد جانبی</td><td colspan="2">استخدام موقت</td></tr>
<tr><td>زمان تولید ر واحد (ساعت)</td><td>۲</td><td>۲</td><td>۲.۵</td><td colspan="2">۳</td></tr>
<tr><td>هزینه هر ساعت تولید</td><td>۱۰</td><td>۱۵</td><td>۸</td><td colspan="2">۸</td></tr>
<tr><td>میانگین سطح کیفیت (٪)</td><td>۹۹</td><td>۹۸</td><td>۹۵</td><td colspan="2">۹۰</td></tr>
<tr><td>مجموع زمان در دسترس</td><td>۱۰۰ ساعت</td><td colspan="4">میزان تولید به روش i ام =xi</td></tr>
<tr><td>میزان تقاضا</td><td>۱۰۰ واحد</td><td>X۱</td><td>X۲</td><td>X۳</td><td>X۴</td></tr>
<tr><td>سطح کیفیت مورد نیاز</td><td>٪۹۸</td><td>عادی</td><td>اضافه کاری</td><td>قرارداد جانبی</td><td>استخدام موقت</td></tr>
</table>

مدیریت اهداف متعددی را مد نظر قرار داده است این اهداف و اولویت آن بصورت زیر ارائه شده است .

P۱ : تامین تقاضا

P۲ : حفظ میانگین کیفیت در سطح٪۹۸

P۳ : مصرف بودجه تولید حداقل معادل۲۲۰۰

این مسئله را به صورت مدل برنامه ریزی آرمانی صورت بندی کنید.

$$p_1 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 100$$

$$p_2 = \frac{0.99x_1 + 0.98x_2 + 0.95x_3 + 0.90x_4}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4} = 0.98$$

$$0.01x_1 - 0.03x_3 - 0.08x_4 \geq 0$$

$$p_3 = (2\times10)x_1 + (2\times15)x_2 + (2.5\times8)x_3 + (3\times8)x_4 \geq 2200$$

$$20x_1 + 30x_2 + 20x_3 + 24x_4 \geq 2200$$

$$\min z = p_1 d_1^-, \mathrm{p}_2 d_2^-, p_3 d_3^-$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + d_1^- + d_1^+ = 100$$

$$0.01x_1 - 0.03x_3 - 0.08x_4 + d_2^- + d_2^+ = 0$$

$$20x_1 + 30x_2 + 20x_3 + 24x_4 + d_3^- + d_3^+ = 2200$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, d_1, d_2, d_3 \geq 0$$